

# 长条形镜面面形拟合技术研究

闫力松<sup>1,2\*</sup>, 杨甬英<sup>1</sup>, 马冬林<sup>2</sup>, 韩西萌<sup>3</sup>

(1. 浙江大学 现代光学仪器国家重点实验室, 浙江 杭州 310027;

2. 华中科技大学 光电学院, 湖北 武汉 430074;

3. 中国航天科工集团 第九总体设计部, 湖北 武汉 430000)

**摘要:**为了解决长条形镜面面形拟合中各项不正交,无法在调整中利用像差指导计算机辅助装调的问题,本文建立了一套合理的拟合模型。该模型以矩阵求解正交化 Zernike 多项式系数为基础,将离散的数据点作为定义域,对已选取的 Zernike 项进行定义域内正交化计算,并以获得的各正交项为基底,实现对长条形镜面及其他异形光学镜面的正交化多项式拟合求解。进而确定在干涉检测中加工误差与装调误差的分离,为光学镜面的最终面形收敛提供保障。根据本文实验结果,对一口径 600 mm × 260 mm, PV 与 RMS 值分别为 5.889λ 及 1.002λ 的长条形光学镜面进行拟合,利用 Metro-pro 去像散后,面形未得到收敛, PV 与 RMS 值分别变为 7.448λ 及 1.725λ。而采用本文算法处理后,其 PV 与 RMS 值分别收敛为 4.666λ 及 0.679λ,验证了本文方法对于长条形镜面拟合的正确性。

**关键词:**干涉测量;面形拟合;长条形反射镜;正交化

中图分类号:O439; O436.1 文献标识码:A doi:10.3788/CO.20181106.1011

## Surface fitting technology of rectangular mirror

YAN Li-song<sup>1,2\*</sup>, YANG Yong-ying<sup>1</sup>, MA Dong-lin<sup>2</sup>, HAN Xi-meng<sup>3</sup>

(1. State Key Laboratory of Modern Optical Instrumentation,

Zhejiang University, Hangzhou 310027, China;

2. School of Optical and Electronic Information, Huazhong University of

Science and Technology, Wuhan 430074, China;

3. The 9th Designing of China Aerospace Science Industry Corp, Wuhan 430000, China)

\* Corresponding author, E-mail: yanlisong@hust.edu.cn

**Abstract:** In order to solve the non-orthogonal problems in the surface fitting to rectangular mirror, and realize the computer aided adjustment based on aberration, a reasonable fitting model is established in this paper. The model is based on the method by using matrix to solve the orthogonal Zernike polynomial coefficients,

收稿日期:2017-10-13;修订日期:2017-11-29

基金项目:国家自然科学基金(No. 61036015)

Supported by National Natural Science Foundation of China(No. 61036015)

through the matrix solving method, and using the discrete data points as the domain, the orthogonalization calculation is performed on the selected Zernike term, and the orthogonal terms obtained are used as the basis to realize the orthogonal polynomial fitting solution for the rectangular mirror and other irregular optical mirrors to determine the separation of the machining error and the alignment error in the interference detection, thus guaranteeing convergence of the final shape of the optical mirror. According to the experimental results, a rectangular mirror with size of 600 mm × 260 mm and PV and RMS values of 5.889λ and 1.002λ is fitted. After anastigmatism with Metropro, the surface shape is not converged, and the PV and RMS values become 7.448λ and 1.725λ respectively. But according to the algorithm described in this paper, the PV and RMS values converge to 4.666λ and 0.679λ respectively, which verifies the correctness of the proposed method for rectangular mirror surface fitting.

**Key words:** interferometry; surface fitting; rectangular mirror; orthogonalization

## 1 引言

离轴三反系统<sup>[1-5]</sup>具有像质好、无遮拦、结构紧凑、高分辨率成像及高能量利用率等优点,越来越广泛地应用于成像光谱仪<sup>[6]</sup>、空间相机<sup>[7-9]</sup>等观测领域。

离轴三反系统中的主镜或三镜通常有一块为不规则形状。由于成像视场需求,三镜及折叠镜通常为长条形镜面<sup>[2-3]</sup>。

由于离轴三反系统的三镜通常为非球面反射镜,其最常规的检测方式为采用补偿器或 CGH 等补偿元件进行补偿检测<sup>[10-11]</sup>。在对准过程中,由于失调,会在检测结果中引入像散与慧差等像差,从而影响后续加工结果。

在实际检测中,一般通过标定几何量确定检测顶点曲率半径及离轴量的正确性。而在检测中,干涉仪自带软件 Metropro 对非圆形镜面分离像差时会因为不正交产生偏差,尤其对长条形镜面,该偏差较大。从而会影响装调中非球面镜与补偿元件间的对准。

Zernike 多项式定义域为单位连续圆域,其在异形区域会出现各拟合项不正交情况。国内已有多家单位对此开展过理论研究,南京理工大学的孙文卿等人对非圆孔径离散采样点正交化拟合进行了一定的研究,相对于传统圆域 Zernike 拟合,其计算速度有所提高<sup>[12]</sup>;成都光电所对 Zernike 多项式的回归拟合算法进行了研究<sup>[13]</sup>,国家天文

台对抛物面的拟合方法进行了理论研究<sup>[14]</sup>,长春光机所从光学设计、光学加工等方面对光学面形的拟合做了大量的研究<sup>[15-19]</sup>,同时吉林大学基于矢量矩阵对拟合方法也进行了一定的研究<sup>[20]</sup>。

然而,上述方法都有其应用条件及局限性,本文针对光学系统中常用的异形镜面,尤其是长条形光学镜面提出了一套面形拟合算法,该算法以正交化 Zernike 多项式<sup>[21-22]</sup>为基础。基于该算法可以实现长条形镜面的面形拟合,用以解决干涉仪自带软件 Metropro 在长条形镜面拟合时计算不准确的问题。此外,该方法可以分离出像散等像差,对非球面检测提供指导。

## 2 拟合算法与检测原理

### 2.1 拟合算法

用  $\{\mathbf{Z}_i\}$  表示一组 Zernike 多项式,其正交化后结果为  $\{\mathbf{F}_i\}$ ,则有:

$$\mathbf{F}_i = \sum_{j=1}^J \mathbf{M}_{ij} \mathbf{Z}_j, \quad (1)$$

式中,  $\mathbf{M}_{ij}$  为转换矩阵,  $J$  为事先定义的项数。则:

$$\langle \mathbf{F}_i | \mathbf{F}_j \rangle = \delta_{ij}, \quad (2)$$

其中,  $\langle A | B \rangle$  表示  $A$  与  $B$  的内积,  $\delta_{ij}$  为 Kronecker 符号。

则:

$$\langle \mathbf{Z}_k | \mathbf{F}_i \rangle = \sum_{j=1}^J \langle \mathbf{Z}_k | \mathbf{Z}_j \rangle [\mathbf{M}_{ij}]^T, \quad (3)$$

其中,  $i, k = 1, 2, 3 \dots J$ 。式(3)可以写为:

$$\mathbf{C}^{ZF} = \mathbf{C}^{ZZ} \mathbf{M}^T, \quad (4)$$

其中,  $\mathbf{C}^{ZF}$  及  $\mathbf{C}^{ZZ}$  均是  $J$  阶方阵。

对于式(4), 其可以写为:

$$\langle \mathbf{F}_i | \mathbf{F}_k \rangle = \sum_{j=1}^J \mathbf{M}_{ij} \langle \mathbf{Z}_j | \mathbf{F}_k \rangle = \delta_{ik}, \quad (5)$$

即:

$$\mathbf{M} \mathbf{C}^{ZF} = \mathbf{1}, \quad (6)$$

将式(5)带入(6), 则:

$$\mathbf{M} \mathbf{C}^{ZZ} \mathbf{M}^T = \mathbf{1}, \quad (7)$$

令:

$$\mathbf{M} = (\mathbf{Q}^T)^{-1}, \quad (8)$$

则式(7)可以写为:

$$\mathbf{Q}^T \mathbf{Q} = \mathbf{C}^{ZZ}. \quad (9)$$

由式(8)及(9)即可解出矩阵  $\mathbf{M}$ , 从而对  $\{\mathbf{Z}_i\}$  完成正交化运算。

求解得到正交化 Zernike 多项式  $\{\mathbf{F}_i\}$  后, 对干涉检测结果进行拟合计算, 得到干涉检测结果:

$$z_j = f(x_j, y_j), \quad (10)$$

式中,  $j$  为检测像素点,  $z_j$  为检测点  $(x_j, y_j)$  对应的检测结果。

则正交化拟合系数  $\mathbf{C}$ :

$$\mathbf{C} = (\mathbf{F}^T \mathbf{F})^{-1} \mathbf{F}^T \mathbf{z}. \quad (11)$$

## 2.2 检测原理

长条形离轴镜面检测原理示意图如图1所示。

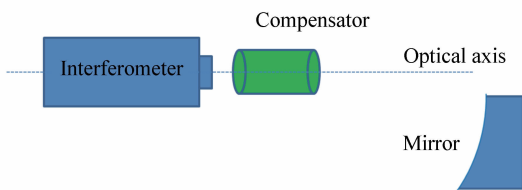


图1 长条形镜面检测光路图

Fig. 1 Optical pathway diagram of surface testing for rectangular mirror

干涉仪出射标准平面波, 平面波前经过补偿器后变为同轴非球面波前, 通过调节长条形离轴非球面镜的位置可获得镜面在干涉仪中的检测结果。检测中, 可通过激光跟踪仪等辅助测量工具

精确标定测试时离轴非球面反射镜的离轴量, 顶点曲率中心距离补偿器前端面的距离等参数, 保证测量时干涉仪、补偿器、离轴非球面镜位置关系的正确性。

## 3 实验验证

为了验证本文所述算法的可行性, 结合实际情况, 对一口径为  $600 \text{ mm} \times 260 \text{ mm}$  长条形非球面镜进行求解计算, 光路如图2所示。

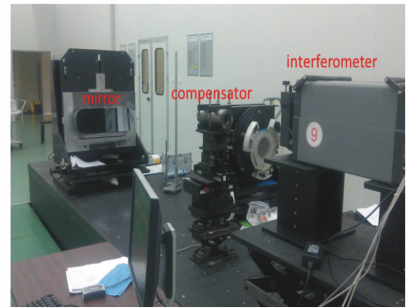


图2 检测光路图

Fig. 2 Testing optical pathway setup

实际检测中, 非球面镜由补偿器零位补偿检测, 图1所示的光学反射镜检测干涉图如图3所示。

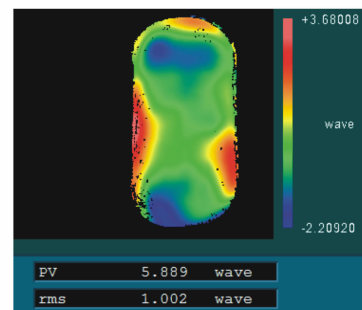


图3 检测结果

Fig. 3 Testing results

在补偿器补偿检测非球面镜的过程中, 由于检测时非球面镜存在离轴量偏差, 通常会在检测结果中引入像散与慧差。反之, 检测结果中的像散与慧差很可能是由于失调所引入的。如按照面形误差进行后续加工, 则会在加工中出现错误而无法实现面形收敛。

利用 Zygo 干涉仪自带软件 Metropro 对检测结果进行去像散计算,结果如图 4 所示。

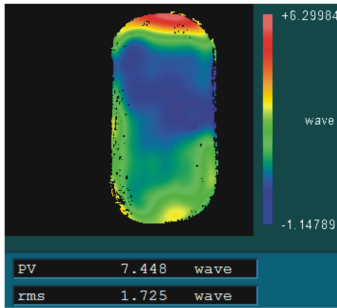


图 4 Metropro 去像散结果

Fig. 4 Results of Metropro anastigmatism

由图 4 可以看出,在去像散后,面形未得到收敛,其 PV 与 RMS 值分别由  $5.889\lambda$  及  $1.002\lambda$  变为  $7.448\lambda$  及  $1.725\lambda$ 。这是因为应用干涉仪自带软件 Metropro 进行长条形反射镜 Zernike 多项式求解时会由于各项不正交导致计算错误。

基于本文所述算法对图 3 干涉检测结果在正交化求解后进行去像散计算,结果如图 5 所示。

由图 5 可以看出,在去像散后,面形得到收敛,其 PV 与 RMS 值分别由  $5.889\lambda$  及  $1.002\lambda$  收敛为  $4.666\lambda$  及  $0.679\lambda$ ,验证了算法的可行性。

#### 参考文献:

- [1] 刘晓梅,向阳. 宽视场成像光谱仪器前置远心离轴三反光学系统设计[J]. 光学学报,2011,31(6):0622005-1-0622004-4.  
LIU X M, XIANG Y. Design of telecentric off-axis three-mirror system of imaging spectrometer with wide field-of-view[J]. *Acta Optica Sinica*,2011,31(6):0622005-1-0622004-4. (in Chinese)
- [2] 刘晓梅,向阳. 具有实入瞳的远心离轴三反系统研究与设计[J]. 光学学报,2011,31(11):1122002-1-1122002-4.  
LIU X M, XIANG Y. Research and design of telecentric off-axis three-mirror system with real entrance pupil[J]. *Acta Optica Sinica*,2011,31(11):1122002-1-1122002-4. (in Chinese)
- [3] 陈杨,王跃明. 大像场离轴三反望远镜畸变特性分析与设计[J]. 光学学报,2013,33(2):0222003-1-0222003-5.  
CHEN Y, WANG Y M. Design and distortion characteristics analysis of the large-image-field off-axis three-mirror telescope [J]. *Acta Optica Sinica*,2013,33(2):0222003-1-0222003-5. (in Chinese)
- [4] 常军,翁志成,姜会林,等. 用于空间的三反射镜光学系统设计[J]. 光学学报,2003,23(2):216-219.  
CHANG J, WENG ZH CH, JIANG H L, et al. Design on three-reflective-mirror system used in space[J]. *Acta Optica Sinica*,2003,23(2):216-219. (in Chinese)
- [5] 杨新军,王肇圻,母国光,等. 偏心 and 倾斜光学系统的像差特性[J]. 光子学报,2005,34(11):1658-1662.  
YANG X J, WANG ZH Q, MU G G, et al. Aberration properties of the decentered and tilted optical systems[J]. *Acta Photonica Sinica*,2005,34(11):1658-1662. (in Chinese)
- [6] TURNE T S. Vector aberration theory on spreadsheet analysis of tilted and decentered systems[J]. *SPIE*,1992,1752:

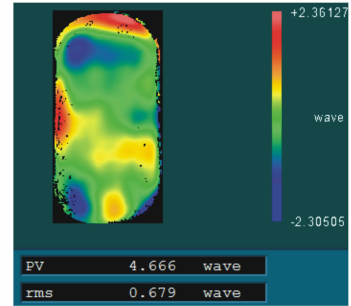


图 5 正交化去像散结果

Fig. 5 Anastigmatism results of proposed method

## 4 结 论

本文提出一种通过矩阵求解正交化 Zernike 多项式面形重构算法,并利用其对长条形镜面进行拟合计算,将所得结果与 Metropro 求解结果进行了对比。由于 Zygo 干涉仪自带软件 Metropro 对异形镜面,例如长条形镜面进行多项式拟合时,由于各项耦合会造成装调误差与面形误差的严重耦合。在实际检测中,采用本文算法可以实现二者的有效分离,为光学镜面的最终面形收敛提供保障。本文所提方法可为算法辅助装调提供指导。

184-195

- [7] 李旭阳,李英才,马臻,等. 消畸变长焦距相机光学系统设计[J]. 光学学报,2010,30(9):1359-1363.  
LI X Y, LI Y C, MA ZH, *et al.*. Optical system design of space camera with long focal length and correction of image distortion[J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, 30(9):1359-1363. (in Chinese)
- [8] 潘君华. 光学非球面的设计、加工与检验[M]. 苏州:苏州大学出版社,2004:32-35.  
PAN J H. *Design Manufacture and Test of Aspherical Optical Surfaces*[M]. Suzhou:Soochow University Press, 2004:32-35. (in Chinese)
- [9] THOMPSON K P. Description of the third-order optical aberrations of near-circular pupil optical systems without symmetry[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 2005, 22(7):1389-1401.
- [10] GUO P J, YU J C. Design and certification of a null corrector to test hyperboloid convex mirror[J]. *SPIE*, 2006, 6150:259-263.
- [11] YANG H S, SONG J B, LEE I W, *et al.*. Testing of steep convex aspheric surface with a Hartmann sensor by using a CGH[J]. *Opt. Express*, 2006, 14(8):3247-3254.
- [12] 孙文卿,陈磊,李金鹏,等. 非圆孔径离散采样点正交多项式波前拟合[J]. 红外与激光工程,2015,44(3):1068-1072.  
SUN W Q, CHEN L, LI J P, *et al.*. Discrete sampling points of non-circular aperture orthogonal polynomials wave-front fitting[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2015, 44(3):1068-1072. (in Chinese)
- [13] 元波,陈洪斌,刘顺发. Zernike 多项式波面拟合的回归分析方法[J]. 光学精密工程,2007,15(3):396-400.  
QI B, CHEN H B, LIU SH F. Regression analysis of wavefront fitting using Zernike polynomial[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2007, 15(3):396-400. (in Chinese)
- [14] 薛建兴,王启明,古学东,等. 500 m 口径球面射电望远镜瞬时抛物面拟合精度的预估与改善[J]. 光学精密工程,2015,23(7):2052-2059.  
XUE J X, WANG Q M, GU X D, *et al.*. Estimation and improvement for fitting accuracy of instantaneous parabolic reflector in FAST[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2015, 23(7):2052-2059. (in Chinese)
- [15] 武鹏飞,张赞,郑义,等. 采样点分布对基于面形斜率径向基模型的自由曲面拟合精度的影响[J]. 光学精密工程,2016,24(7):1564-1572.  
WU P F, ZHANG Z, ZHENG Y, *et al.*. Influence of sampling point distribution in freeform surfaces fitting with radial based function model[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2016, 24(7):1564-1572. (in Chinese)
- [16] 徐乐,张春雷,代雷,等. 高精度非回转对称非球面加工方法研究[J]. 中国光学,2016,9(3):364-369.  
XU L, ZHANG CH L, DAI L, *et al.*. Research on manufacturing method of non-rotationally symmetrical aspheric surface with high accuracy[J]. *Chinese Optics*, 2016, 9(3):364-369. (in Chinese)
- [17] 于新峰,巩岩,倪明阳,等. 基于运动学支撑的透镜光学表面面形及其复现性[J]. 光学精密工程,2013,21(8):2000-2007.  
YU X F, GONG Y, NI M Y, *et al.*. Optical surface figure of lens under kinematic mount apparatus and its reproducibility[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2013, 21(8):2000-2007. (in Chinese)
- [18] 于树海,王建立,董磊,等. 基于最小二乘法拟合估计傅里叶望远镜的缺失分量[J]. 光学精密工程,2015,23(1):282-287.  
YU SH H, WANG J L, DONG L, *et al.*. Estimation of missing components of Fourier Telescopy based on least square fitting[J]. *Opt. Precision Eng.*, 2015, 23(1):282-287. (in Chinese)
- [19] 贺健康,张立超,才玺坤,等. 离子束溅射制备 GdF<sub>3</sub> 光学薄膜沉积速率分布特性[J]. 中国光学,2016,9(3):357-363.  
HE J K, ZHANG L CH, CAI X K, *et al.*. Deposition rate distribution of GdF<sub>3</sub> optical coating prepared by ion beam sputtering[J]. *Chinese Optics*, 2016, 9(3):357-363. (in Chinese)
- [20] 桑爱军,孙敏,陈绵书,等. 新多维矢量矩阵变换域的运动矢量估计[J]. 中国光学,2015,8(2):191-197.  
SANG A J, SUN M, CHEN M SH, *et al.*. Motion vector estimation in multi-dimensional vector matrix transform domain

[J]. *Chinese Optics*, 2015, 8(2): 191-197. (in Chinese)

- [21] VIRENDRA N M, DAI G M. Orthonormal polynomials in wavefront analysis: analytical solution[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 2007, 24(9): 2294-3016.
- [22] DAI G M, VIRENDRA N M. Nonrecursive determination of orthonormal polynomials with matrix formulation[J]. *Opt. Lett.*, 2007, 32(1): 74-76.

作者简介:



闫力松(1988—),男,黑龙江齐齐哈尔人,博士,讲师,2010年中国科学院长春光学精密机械与物理研究所获得博士学位,现工作于华中科技大学光学与电子信息学院,主要从事光学检测方面的研究。E-mail: yanlisong@ hust. edu. cn

## 《发光学报》

—EI 核心期刊(物理学类;无线电电子学、电信技术类)

《发光学报》是中国物理学会发光分会与中国科学院长春光学精密机械与物理研究所共同主办的中国物理学会发光分会的学术会刊。该刊是以发光学、凝聚态物质中的激发过程为专业方向的综合性学术刊物。

《发光学报》于1980年创刊,曾于1992年,1996年,2000年和2004年连续四次被《中文核心期刊要目总览》评为“物理学类核心期刊”,并于2000年同时被评为“无线电电子学、电信技术类核心期刊”。2000年获中国科学院优秀期刊二等奖。现已被《中国学术期刊(光盘版)》、《中国期刊网》和“万方数据资源系统”等列为源期刊。英国《科学文摘》(SA)自1999年;美国《化学文摘》(CA)和俄罗斯《文摘杂志》(AJ)自2000年;美国《剑桥科学文摘社网站》自2002年;日本《科技文献速报》(CBST, JICST)自2003年已定期收录检索该刊论文;2008年被荷兰“Elsevier Bibliographic Databases”确定为源期刊;2010年被美国“EI”确定为源期刊。2001年在国家科技部组织的“中国期刊方阵”的评定中,《发光学报》被评为“双效期刊”。2002年获中国科学院2001~2002年度科学出版基金“择重”资助。2004年被选入《中国知识资源总库·中国科技精品库》。本刊内容丰富、信息量大,主要反映本学科专业领域的科研和技术成就,及时报道国内外的学术动态,开展学术讨论和交流,为提高我国该学科的学术水平服务。

《发光学报》自2011年改为月刊,A4开本,144页,国内外公开发行。国内定价:40元,全年480元,全国各地邮局均可订阅。《发光学报》欢迎广大作者、读者广为利用,踊跃投稿。

地 址:长春市东南湖大路3888号

《发光学报》编辑部

邮 编:130033

电 话:(0431)86176862, 84613407

E-mail: fgxbt@126.com

国内统一刊号:CN 22-1116/04

国际标准刊号:ISSN 1000-7032

国内邮发代号:12-312

国外发行代号:4863BM

http://www.fgxb.org