

标签分布不平衡的涡旋光束轨道角动量识别

于海洋 尚凡华 王宇兴 王大涛 陈纯毅

Recognition method for vortex beams orbital angular momentum with imbalanced label

YU Hai-yang, SHANG Fan-hua, WANG Yu-xing, WANG Da-tao, CHEN Chun-yi

引用本文:

于海洋, 尚凡华, 王宇兴, 王大涛, 陈纯毅. 标签分布不平衡的涡旋光束轨道角动量识别[J]. *中国光学*, 2025, 18(2): 207-215.

doi: 10.37188/CO.2024-0155

YU Hai-yang, SHANG Fan-hua, WANG Yu-xing, WANG Da-tao, CHEN Chun-yi. Recognition method for vortex beams orbital angular momentum with imbalanced label[J]. *Chinese Optics*, 2025, 18(2): 207-215. doi: 10.37188/CO.2024-0155

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.37188/CO.2024-0155>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

均匀偏振cosh-Pearcey-Gauss光束的远场坡印廷矢量, 自旋与轨道角动量

The Poynting vectors, spin and orbital angular momentums of uniformly polarized cosh-Pearcey-Gauss beams in the far zone

中国光学 (中英文). 2023, 16(5): 1195 <https://doi.org/10.37188/CO.EN.2022-0022>

杂化偏振涡旋合成光束阵列的轨道角动量谱

Orbital-angular-momentum spectra in coherent optical vortex beam arrays with hybrid states of polarization

中国光学 (中英文). 2023, 16(6): 1501 <https://doi.org/10.37188/CO.EN-2023-0010>

Cosh-Pearcey-Gaussian涡旋光束在单轴晶体中的坡印廷矢量和角动量密度

The poynting vector and angular momentum density of Cosh-Pearcey-Gaussian vortex beams in uniaxial crystals

中国光学 (中英文). 2023, 16(1): 193 <https://doi.org/10.37188/CO.EN.2022-0007>

大气湍流对高分辨率遥感卫星定位精度的影响分析

Effect of atmospheric turbulence on the tracking accuracy of high-resolution remote sensing satellites

中国光学 (中英文). 2023, 16(3): 550 <https://doi.org/10.37188/CO.2022-0196>

扭曲拉盖尔-高斯关联光束对大气湍流传输影响的抑制

Suppression of the influence of atmospheric turbulence during the propagation of a twisted Laguerre-Gaussian correlated beam

中国光学 (中英文). 2021, 14(3): 704 <https://doi.org/10.37188/CO.2020-0138>

涡旋光束在不同盐度的水下湍流中的传输特性的实验研究

Experimental investigation on propagation characteristics of vortex beams in underwater turbulence with different salinity

中国光学 (中英文). 2022, 15(1): 111 <https://doi.org/10.37188/CO.EN.2021-0001>

文章编号 2097-1842(2025)02-0207-09

标签分布不平衡的涡旋光束轨道角动量识别

于海洋^{1,2,3*}, 尚凡华¹, 王宇兴², 王大涛², 陈纯毅³

- (1. 天津大学 智能与计算学部, 天津 300000;
2. 博纳智联 (宁波) 科技有限公司, 浙江 宁波 315000;
3. 长春理工大学 计算机科学技术学院, 吉林 长春 130022)

摘要:针对标签分布不平衡的涡旋光束轨道角动量 (OAM) 识别问题, 提出了一种基于全局代价的合成少数类过采样技术 (SMOTE) 的深度极限学习机 (DELIM) 的衍生模型。与典型的机器学习方法不同, 本文所提方法能够获得映射模型解析表达, 避免了反复的参数优化过程, 使模型适用于工程应用。在数据生成阶段, 利用协方差的逆矩阵去除量纲的影响, 有效度量了同一类样本的差异性。在模型选择阶段, 考虑了光信号在大气湍流中的传输特性, 采用 DELIM 表征光斑样本和标签之间的映射关系, 并用快速迭代收缩阈值 FISTA 算法计算模型的解析表达式。在不同强度的大气湍流数据集上进行实验, 对比了 WELM、k 近邻等代表性方法性能。实验结果表明, 在不同的湍流强度下, 所提方法均方根误差达到 0.2049 和 0.0894, 各项评价指标均优于对比方法。证明了所提方法能够充分挖掘了 OAM 光斑集合的特征, 具有更好的识别效果。

关键词: 大气湍流; 轨道角动量; 不平衡数据; 深度极限学习机

中图分类号: TP391 文献标志码: A doi: 10.37188/CO.2024-0155 CSTR: 32171.14.CO.2024-0155

Recognition method for vortex beams orbital angular momentum with imbalanced label

YU Hai-yang^{1,2,3*}, SHANG Fan-hua¹, WANG Yu-xing², WANG Da-tao², CHEN Chun-yi³

- (1. College of Intelligence and Computing, Tianjin University, Tianjin 300000, China;
2. Bona Zhilian (Ningbo) Technology Company Limited, Ningbo 315000, China;
3. School of Computer Science and Technology, Changchun University of Science and Technology, Changchun 130022, China)

* Corresponding author, E-mail: custhaiyang@126.com

Abstract: To identify the vortex beams orbital angular momentum (OAM) with imbalanced labels, this paper proposes a derived model based on global cost SMOTE and deep extreme learning machine (DELIM). Unlike typical machine learning methods, the proposed model can obtain the analytical expression of the mapping model. It avoids repeated parameter optimization, thus building a suitable model for time-varying engineering applications. In the data generation stage, the inverse matrix of covariance was used to remove

收稿日期: 2024-09-02; 修订日期: 2024-09-24

基金项目: 国家自然科学基金 (No. 62305030, No. 62275033); 吉林省科技发展计划项目 (No. 20240602123RC)

Supported by the National Natural Science Foundation of China (No. 62305030, No. 62275033); Science and Technology Development Project of Jilin Province (No. 20240602123RC)

the influence of dimensions, and the differences among samples within the same category were effectively measured. In the model selection stage, considering the transmission characteristics of light signals in atmospheric turbulence, the DELM was adopted to quantify the mapping relationship between light spots and labels. Then the FISTA algorithm was used to calculate the model's analytical expression. Experiments were carried out on different intensity atmospheric turbulence data sets. The representative comparative methods include WELM and k-nearest neighbor. Experimental results show that the proposed method's root mean square error (RMSE) achieves 0.2049 and 0.0894, which are superior to the comparison methods under different turbulence intensities. This proves that the proposed method can fully explore the characteristics of OAM spot collection and has a better recognition effect.

Key words: atmosphere turbulence; orbital angular momentum; imbalanced data; deep extreme learning machine

1 引言

由于具有传输速率快、通信距离远、抗干扰能力强等优势,光学载波技术已经成为了高速率信息传递的主要手段,不仅推动了光学遥感、探测制导等领域的发展,也支撑了未来“天空地一体化信息网络”战略构想^[1]。携带轨道角动量 (orbital angular momentum, OAM) 的涡旋光束具有正交可分离的特点,可以显著提高通信容量和成像分辨率,具有较高的研究价值^[2]。在自由空间光通信系统中,大气湍流是造成光信号扰动和畸变的重要因素,会导致光信号出现光强闪烁、光束漂移、光束扩展或到达角起伏等现象^[3],严重限制了无线激光通信系统的性能和效率。在遥感卫星对地探测过程中,大气湍流严重影响了空间相机的成像质量^[4],因此,如何评估大气湍流效应的影响程度,准确识别不平衡 OAM 空间模态具有重要的理论意义和应用价值。

为了解决光通信系统物理模型和实际湍流结构差别较大导致性能显著下降的缺点,以机器学习为代表的驱动方法因其精准的函数逼近能力受到了广泛关注^[5]。机器学习通过模拟人的行为实现非线性映射关系的表征。Jing 等人提出了一种基于反馈神经网络的 OAM 识别方法,并对原有的光学特征进行拓展^[6]。Fu 等人提出了基于干扰和卷积神经网络的混合模型,提高了不同湍流度下多涡旋光束的识别性能^[7]。Lou 等人研究了大气湍流对高斯涡旋光束传递信息的影响,并通过理论分析了经过大气湍流的高斯涡旋光束

OAM 模式的径向平均功率^[8]。Zhou 等人对卷积神经网络 (CNN) 进行了再训练,以挖掘大数据环境下隐藏的 OAM 信息^[9]。Wu 等人通过改进 CNN-Transformer 混合模型实现 OAM 识别,并结合双缝干涉提升了模态识别准确率^[10]。Zhu 等人利用光束旋转器计算光模轨道角动量的相移,并分析了相位不平衡特性^[11]。Zheng 等人为了加快基于深度学习的轨道角动量光束识别模型的训练速度,提出使用迁移学习的方式识别轨道角动量光束,有效减少了训练时间^[12]。Zhou 等人利用功率谱反演法模拟大气湍流,并将注意力机制模块嵌入到 VGG-16 中,以提升模型对不同状态叠加光束模态的感知性能^[13]。Chen 等人通过模拟湍流场景,探究了轨道角动量的变化趋势,匹配了生成信号的统计分布,能够有效表征湍流演化的统计规律^[14]。Yang 等人提出了杂化偏振涡旋合成光束阵列,研究了涡旋、偏振、附加拓扑电荷及子光束数对输入和输出平面光束的 OAM 谱的影响^[15]。Hou 等人基于相位屏法研究了一维阵列涡旋光束在海面大气湍流中光强、相位、闪烁因子和质心漂移的变化情况,分析了涡旋光束传输性能^[16]。由此可以看出,机器学习方法能够有效识别 OAM 模态,给光参数分析提供了新的解决方案。考虑不同的信号加载方式和测量环境的约束,造成实际中的接收光斑样本呈现出标签分布不平衡的现象,导致少数类样本的表示被多数类样本支配,严重影响识别模型的性能。

数据生成和算法加权策略是处理不平衡数据的代表性方法。合成少数类过采样技术 (synthetic minority oversampling technique, SMOTE) ^[17]

应用最为广泛。该方法可以利用近邻样本的插值构建新的样本。Wang 等人将 SMOTE 和 Ada-Boost 方法相结合, 提出噪声样本的识别策略并予以滤除^[18]。Zhang 等人提出了鲁棒的逆近邻方法, 根据概率密度函数生成数据, 平衡了不同标签的样本分布^[19]。作为一种前馈神经网络, 极限学习机(extreme learning machine, ELM)从整体上考虑神经元的映射关系, 具有收敛速度快, 理论完备的特点^[20]。同时, ELM 能够显著降低计算开销, 提升信息判别效率, 适用于工程应用^[21]。通过挖掘气象参数和接收光斑的特征, 应用深度极限学习机可以实现 OAM 映射函数的准确逼近^[22]。深度极限学习机从整体上考虑神经网络参数的随机性, 快速迭代收缩阈值算法(fast iterative shrink-threshold algorithm, FISTA)能实现惩罚非线性模型参数优化, 加快计算处理的速度^[23]。在标签分布不平衡条件下, 对 OAM 空间模式的稳健识别提出了更高的要求。此外, 由于样本的总体规模未知, 模型的整体泛化能力难以量化, 使得估计模型需要根据大气湍流强度自适应调整。如果只关注整体的分类精度, 会使模型忽视少数类样本的代价程度, 造成光通信系统性能显著下降。

针对标签不平衡条件下的 OAM 识别问题, 本文提出一种基于全局代价 SMOTE 和深度极限学习的融合方法。首先, 利用协方差的逆矩阵去除量纲的影响, 从而可以有效度量同一类样本的差异性; 然后, 采用 DELM 表征光斑样本和标签之间的映射关系, 以准确描述光斑细微特征, 从而获得标签和特征的解析表达; 最后, 引入 FISTA 算法能够实现深度极限学习机的快速收敛, 避免了模型求解过程中反复的参数优化过程, 使模型适用于工程应用。通过对比加权极限学习机(weighted extreme learning machine, WELM)、k 最近邻(k-Nearest Neighbor, kNN)等代表性方法, 本文所提方法在均方根误差、G-mean 等评价指标上均呈现出更优的结果。

2 相关理论

2.1 大气湍流理论

大气折射率是表征大气条件的最有效手段, 大气折射率的结构常数 C_n^2 有助于描述大气湍

流。根据 Kolmogorov 理论^[24], 对于各向同性湍流, 折射率 $D_n(r)$ 可以表示为

$$D_n(r) = \langle [n(r+r_1) - n(r_1)]^2 \rangle = C_n^2 r^{2/3}, \quad l_0 < r < L_0. \quad (1)$$

为了克服 Kolmogorov 谱理论奇异点缺陷, 同时考虑湍流通常是各向异性的状态, 常采用 Von Karman 功率谱进行近似, 其表达式为

$$\Phi_n(\kappa) = 0.033 C_n^2 \frac{\exp(-\kappa^2/\kappa_m^2)}{(\kappa^2 + \kappa_0^2)^{11/6}}, \quad (2)$$

其中, κ 为空间频率, 上式在 $0 \leq \kappa < \infty$ 范围内成立, $\kappa_m = 5.92/l_0$, $\kappa_0 = 2\pi/L_0$ 。由式(2)可知 C_n^2 越大, 湍流越强。

2.2 极限学习机理论

极限学习机是从整体上考虑每一个神经元的映射关系。其中输入层权重随机选取, 输出层权重通过 M-P(Moore-Penrose) 广义逆计算得到^[25]。假设存在 N 个样本数据 $\{(\mathbf{x}_i, y_i)\}_{i=1}^N$, 则 \mathbf{x}_i 代表第 i 个样本的特征向量, y_i 代表第 i 个样本的标签, 在整个样本数据中, ELM 模型的基本输入输出关系定义如下:

$$y_i = \sum_{p=1}^L \beta_p \varphi(\mathbf{a}_p \cdot \mathbf{x}_i + b_p), \quad i = 1, \dots, N, \quad (3)$$

其中, L 为隐层节点数目, p 代表每一个隐层节点, $\mathbf{a}_p = [a_{p1}, a_{p2}, \dots, a_{pN}]^T$ 和 b_p 分别为输入层到隐层之间的权重和偏置, $\boldsymbol{\beta}_p = [\beta_{p1}, \beta_{p2}, \dots, \beta_{pN}]^T$ 为输出层权重, $\varphi(\cdot)$ 为激活函数, 为了简化计算, 式(3)可以表示成如下的矩阵形式:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{H}\boldsymbol{\beta}, \quad (4)$$

$$\text{其中, } \mathbf{H} = \begin{bmatrix} \varphi(\mathbf{a}_1 \cdot \mathbf{x}_1 + b_1) & \cdots & \varphi(\mathbf{a}_L \cdot \mathbf{x}_1 + b_L) \\ \vdots & \cdots & \vdots \\ \varphi(\mathbf{a}_1 \cdot \mathbf{x}_N + b_1) & \cdots & \varphi(\mathbf{a}_L \cdot \mathbf{x}_N + b_L) \end{bmatrix}_{N \times L}$$

表示极限学习机中隐层输出的随机矩阵, $\mathbf{Y} = [y_1, y_2, \dots, y_N]^T$ 为输出标签, 输出层权重 $\boldsymbol{\beta} = [\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_L]^T$ 是需要进行计算的唯一参数, 具体表达方式

$$\boldsymbol{\beta} = \mathbf{H}^\dagger \mathbf{Y}, \quad (5)$$

其中, \mathbf{H}^\dagger 为 \mathbf{H} 的 M-P 广义逆矩阵, 可以表示为

$$\mathbf{H}^\dagger = (\mathbf{H}^T \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T. \quad (6)$$

3 基于全局代价 SMOTE 的衍生极限学习机模型

下面将详细介绍所提的 SMOTE-DELM 方法。该方法包括数据生成和模型选择两个阶段，

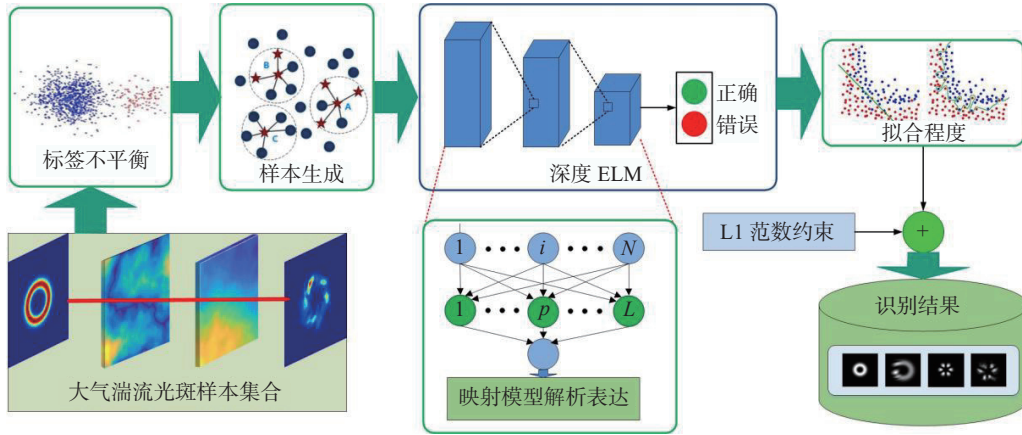


图 1 本文方法框架示意图

Fig. 1 Schematic diagram of the proposed method

3.1 数据生成阶段

通过计算机模拟得到接收平面光场样本的瞬时光强分布是分析大气光传输特性的有效手段^[26]。本文利用随机相位屏表征大气湍流通道，通过计算拉盖尔高斯光束的传播效果，得到接收

$$R_l(r, z) = \sqrt{\frac{2p!}{\pi(p+|l|)!}} \frac{1}{\omega(z)} \left[\frac{r\sqrt{2}}{\omega(z)} \right]^{|l|} L_p^{|l|} \left[\frac{2r^2}{\omega^2(z)} \right] \exp \left[\frac{-r^2}{\omega^2(z)} \right] \times \exp \left[\frac{-ikr^2z}{2(z^2+z_R^2)} \right] \exp \left[i(2p+|l|+1) \arctan \left(\frac{z}{z_R} \right) \right], \quad (8)$$

其中， p 是径向指数， $\omega(z) = \omega_0 \sqrt{1+(z^2/z_R^2)}$ ， ω_0 是束腰半径， $z_R = \pi\omega_0^2/\lambda$ 表示瑞利距离， λ 为波长， $L_p^{|l|}(\cdot)$ 表示拉盖尔多项式，考虑拓扑荷数为 $\pm l_0$ ，光场强度可进一步用亥姆霍兹方程表示为：

$$|U_{\pm l_0}(r, z)|^2 = |U_{l_0}(r, \varphi, z) + U_{-l_0}(r, \varphi, z)|^2. \quad (9)$$

所提方法通过生成多个相位屏实现了大气湍流模拟，并通过傅立叶变换表征接受到的光场，具体表达式如下：

$$\begin{aligned} U(\mathbf{r}_1) &= \mathcal{F}^{-1} [\mathcal{F} [U(\mathbf{r}_0)] \cdot \exp[G]] \exp[i\phi(\mathbf{r}_0)] \\ U(\mathbf{r}_2) &= \mathcal{F}^{-1} [\mathcal{F} [U(\mathbf{r}_1)] \cdot \exp[G]] \exp[i\phi(\mathbf{r}_1)] \\ &\vdots \\ U(\mathbf{r}_m) &= \mathcal{F}^{-1} [\mathcal{F} [U(\mathbf{r}_{m-1})] \cdot \exp[G]] \exp[i\phi(\mathbf{r}_{m-1})], \end{aligned} \quad (10)$$

其中， $U(\mathbf{r}_0)$ 为光源处的光场强度， $U(\mathbf{r}_1)$ ， $U(\mathbf{r}_2)$ 等

其中：在数据生成阶段，通过计算马氏距离去除量纲的影响，有效度量了同一类样本集合的差异性；在模型选择阶段，依托于基本的极限学习机模型，构建了深度 ELM 网络，实现接收光斑和不平衡 OAM 标签的非线性映射。所提方法框架如图 1（彩图见期刊电子版）所示。

光斑样本集合。复振幅表达式如下：

$$U_l(r, \varphi, z) = R_l(r, z) \exp(i l \varphi) \quad (7)$$

其中， i 为虚数单位， l 表示拓扑荷数， $\exp(i l \varphi)$ 为相位因数， r 表示位于 z 距离处平面上的一点到光轴的距离，径向基函数 $R_l(r, z)$ 可以表示为^[27]

表示光束经过相位屏时的光场强度， $U(\mathbf{r}_m)$ 表示接收平面的光场强度， G 表示大气湍流变换算子， $\exp[i\phi(\mathbf{r}_0)]$ 表示初始相位因数， $\exp[i\phi(\mathbf{r}_1)]$ 表示 \mathbf{r}_1 位置相位屏的初始相位因数， \mathcal{F} 表示傅立叶变换， \mathcal{F}^{-1} 为傅立叶反变换。通过多次蒙特卡罗模拟，得到接收光斑样本集 $P_{M,N} = \{U_i(\mathbf{r}_m) | i = 1, 2, \dots, N, M = m \times m\}$ ，并获得了对应的 OAM 标签 Y_N ， $Y_N = [y_1, y_2, \dots, y_N]^T$ 。将激光光斑转换为特征向量形式 $P_{M,N} = [p_{M,1}, p_{M,2}, \dots, p_{M,N}]$ ，就得到训练数据集 $\{P_{M,N}, Y_N\} = \{(p_{M,i}, y_i)\}_{i=1}^N$ 。由于标签存在明显的分布不平衡特性，通过改进的 SMOTE 方法生成少数类样本，从而达到平衡标签样本的目的。SMOTE 通过当前实例与周围邻域节点在特征空间中的插值操作建立新样本，其形式化表达式为：

$$\mathbf{x}' = \mathbf{x} + \text{rand}(0, 1) \times (\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{x}) \quad (11)$$

其中, \mathbf{x}' 是利用插值确定的新样本, \mathbf{x} 表示参考实例, $\hat{\mathbf{x}}$ 表示该类别的最近邻样本, $rand(0,1)$ 表示从 0 到 1 之间的连续随机数。最近邻属性的空间距离 $(\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{x})$ 通过马氏距离 (Mahalanobis Distance) 度量, 表达式为:

$$(\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{x}) = \sqrt{(\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{x})^T \sum^{-1} (\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{x})} \quad (12)$$

其中 $\sum = E[(\mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}})(\hat{\mathbf{x}} - \bar{\hat{\mathbf{x}}})]$ 是一个对称的正定矩阵, $\bar{\mathbf{x}}$ 和 $\bar{\hat{\mathbf{x}}}$ 分别表示 \mathbf{x} 和 $\hat{\mathbf{x}}$ 的均值。

马氏距离能够利用协方差矩阵的逆矩阵去除了量纲的影响, 排除变量之间相关性的干扰, 适用于服从同一分布的随机变量的差异性度量。通过对当前数据的重采样, 可以有效平衡数据分布, 实现对少数类 OAM 样本片段的生成。

3.2 模型选择阶段

充分考虑光信号在大气湍流中的传输特性, 利用深度 ELM 构建特征向量与 OAM 模式标签之间的关系。依托于经典的极限学习机框架, 当前的非线性映射可以解析地表示为:

$$\mathbf{Y}_N = \mathbf{H}\boldsymbol{\beta} = \mathbf{H}_1\boldsymbol{\beta}_1\boldsymbol{\beta}_2 \cdots \boldsymbol{\beta}_J \quad (13)$$

其中, $\mathbf{H} = (\mathbf{H}_1, \mathbf{H}_2, \cdots, \mathbf{H}_J, \cdots, \mathbf{H}_J)$ 为隐藏层矩阵, $\boldsymbol{\beta} = (\boldsymbol{\beta}_1, \boldsymbol{\beta}_2, \cdots, \boldsymbol{\beta}_j, \cdots, \boldsymbol{\beta}_J)$ 为输出权重。 \mathbf{H}_j 表示由权值 $\mathbf{a}_j = [a_{j,1}, a_{j,2}, \cdots, a_{j,L_j}]^T$ 和偏移量 $\mathbf{b}_j = [b_{j,1}, b_{j,2}, \cdots, b_{j,L_j}]^T$ 组成的第 j 层多项式结构。该模型包含多个隐藏层, 使得多层映射函数能够自动提取特征集合。每个隐藏层的输出由前一层的值决定, 可以表示为

$$\mathbf{H}_j = \mathbf{H}_{j-1}\boldsymbol{\beta}_{j-1} \quad (14)$$

其中 \mathbf{H}_j 和 \mathbf{H}_{j-1} 表示第 j 层和第 $(j-1)$ 层的输出矩阵。当前特征成为下一层的输入。前一层映射关系确定后, 输出层的权值表达式可以通过迭代计算得到。为了提高泛化能力, 在每个隐藏层中加入范数约束。将优化目标函数转化为逼近误差与正则化之间的最小化形式, 可表示为

$$\varepsilon = F(\boldsymbol{\beta}) = \arg \min_{\boldsymbol{\beta}} \left\{ C \|\mathbf{H}\boldsymbol{\beta} - \mathbf{Y}_M\|^2 + \|\boldsymbol{\beta}\|_1 \right\} \quad (15)$$

其中, C 为正则化参数, 其能平衡逼近误差和模型自适应程度。为了实现输出层的参数估计, 采用快速迭代收缩阈值算法 (FISTA)^[23] 加速计算, 当近似函数的梯度满足 Lipschitz 条件时, 存在一个

满足下式的常数

$$\|\nabla g(\boldsymbol{\beta}) - \nabla g(\mathbf{s})\|_2^2 \leq L_P \|\boldsymbol{\beta} - \mathbf{s}\|_2^2, \quad \forall \boldsymbol{\beta}, \mathbf{s} \in \mathbf{R}^n, \quad (16)$$

其中 ∇ 表示微分算子, $g(\boldsymbol{\beta}) = \|\mathbf{H}\boldsymbol{\beta} - \mathbf{Y}_M\|^2$ 表示近似误差的函数表达式, $g(\mathbf{s}) = \|\mathbf{H}\mathbf{s} - \mathbf{Y}_M\|^2$ 。利用泰勒公式展开和梯度下降法, 得到辅助序列 $\mathbf{s}_{j+1} = \mathbf{s}_j - \frac{1}{L_P} \nabla f(\mathbf{s}_j)$, 进一步将二次最小化形式表示为:

$$PL(\mathbf{s}) = \arg \min_{\boldsymbol{\beta}} \{ g(\mathbf{s}) + \langle \boldsymbol{\beta} - \mathbf{s}, \nabla g(\mathbf{s}) \rangle + \frac{L_P}{2} \|\boldsymbol{\beta} - \mathbf{s}\|_2^2 + \|\boldsymbol{\beta}\|_1, \forall \boldsymbol{\beta}, \mathbf{s} \in \mathbf{R}^n \} \quad (17)$$

根据梯度计算出每一层的合适步长, 得到一个光滑的凸函数。对于神经网络的每一个输出层, 忽略不相关常数项后, 简化为

$$PL(\mathbf{s}_j) = \arg \min_{\boldsymbol{\beta}} \left\{ \frac{1}{2\theta_j} \left\| \boldsymbol{\beta} - (\mathbf{s}_j - \theta_j \cdot \nabla f(\mathbf{s}_j)) \right\|^2 + \|\boldsymbol{\beta}\|_1 \right\} \quad (18)$$

为了保持收敛性, 可以根据前一层的参数值

递归计算适当的步长 $\theta_j = \frac{1 + \sqrt{1 + 4\theta_{j-1}^2}}{2}$, 从而得到

到辅助参数的更新表达式为

$$\boldsymbol{\beta}_j = PL(\mathbf{s}_{j+1}) = PL \left(\boldsymbol{\beta}_j + \left(\frac{\theta_j - 1}{\theta_{j+1}} \right) (\boldsymbol{\beta}_j - \boldsymbol{\beta}_{j-1}) \right) \quad (19)$$

经过上述迭代步骤, 最终确定多层 ELM 的参数。所提方法的伪代码如表 1 所示。

表 1 所提方法伪代码

Tab. 1 Pseudocode of proposed method

- (1) 数据生成阶段, 根据式(11)进行重采样;
- (2) if(样本数目 < 平均样本数目);
- (3) 根据式(12)计算马氏距离;
- 添加新样本到样本集中 sample=[sample s];
- (4) end;
- (5) 利用多层 ELM 网络构建特征向量与 OAM 标签关系;
- (6) 初始化目标函数并根据式(15)制定最优准则;
- (7) 计算 Lipschitz 条件的近似函数;
- (8) 利用 FISTA 迭代求解每一层输出权重;
- (9) 利用式(19)计算综合权重;
- (10) 返回输出层权重的解析解 $\boldsymbol{\beta}_j$ 和 OAM 模态估计值。

4 实验结果与讨论

本节对实验结果进行了详细描述, 然后与其他 3 种经典的 OAM 识别方法进行比较。

4.1 数据集

为了验证该方法的有效性, 选取 2000 m 的

传输距离, 仿真了拉盖尔-高斯光束, 并通过多层相位屏模拟大气湍流条件。可视化的激光光斑图如图 2(彩图见期刊电子版)所示。

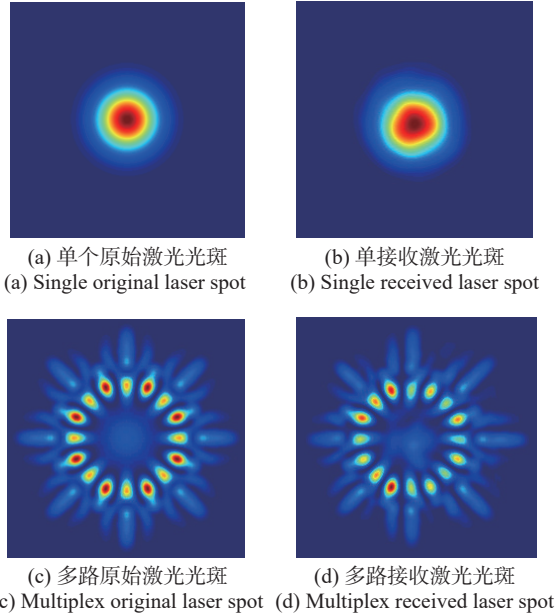


图 2 激光光斑图

Fig. 2 Laser spot diagrams

图 2(a)~2(d) 显示了单个 OAM 和复用 OAM 的原始激光光斑和接收激光光斑。为了评估所提方法的有效性, 生成了不同的数据集, C_n^2 的数值分别为 10^{-14} 和 10^{-15} 。接收到的激光光斑图像经过图像处理, 保留了关键特征信息, 每个属性的光斑大小为 $28 \text{ pixel} \times 28 \text{ pixel}$ 。这里随机抽取 1000 个训练样本和 500 个测试样本作为模型的输入。在训练样本中, 共包括 10 个标签, 数目分别为 52、100、130、124、119、115、102、76、113、69。以平均每样本含 100 个数据为阈值。多数类样本数为 803, 少数类样本数为 197, 不平衡度为 0.245, 是显著不平衡状态。

将所有特征归一化到 $[-1, 1]$ 范围内。具体公式如下:

$$x' = 2 \times \frac{x - x_{\min}}{x_{\max} - x_{\min}} - 1, \quad (20)$$

其中, x 为原始数值, x_{\min} 为当前特征片段的最小值, x_{\max} 为当前特征片段的最大值。训练完成后, 模型将在测试数据中进行分类操作。

4.2 评价指标

用均方根误差 (root mean square error, RMSE) 和 G-mean 分析了各种方法的泛化性能。RMSE

的计算公式如下:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N_t} \sum_{i=1}^{N_t} (y_i - \hat{y}_i)^2}, \quad (21)$$

其中, y_i 是第 i 个实际值, $i = 1, \dots, N_t$, \hat{y}_i 是由模型计算出的值, N_t 是测试数据数目。

对于带有标签的整个数据集 M_t , G-mean 的显示表达为

$$G\text{-mean} = \left(\prod_{i=1}^{M_t} \frac{TP_i}{TP_i + FN_i} \right)^{\frac{1}{M_t}}. \quad (22)$$

G-mean 由表 2 中的混淆矩阵计算得到。G-mean 越高, 对多分类数据的识别性能越好。

表 2 混淆矩阵

Tab. 2 Confusion matrix

真实结果	预测结果	
	正例	反例
正例	TP (真正例)	FN (假反例)
反例	FP (假正例)	TN (真反例)

4.3 实验结果

整个预测过程由 20 次蒙特卡洛试验执行。在超参数选取中, 搭建了 5 层神经网络, 具体为: 输出层, 3 个隐藏层, 输出层, 隐层神经网络节点数目分别为 100, 20, 20, 选择 Sigmoid 函数作为激活函数, 其表达式为

$$\text{Sigmoid}(x) = f(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}}. \quad (23)$$

选择 WELM、kNN 和 DNN 作为对比方法。首先分析了不同 OAM 模式下的识别结果, 其中均方根误差的对比结果如图 3(彩图见期刊电子版)所示。

由图 3 可以看出, 在 $C_n^2 = 10^{-14}$ 的条件下, WELM、kNN、DNN 和本文所提方法的均方根误差分别为 0.2864、0.3435、0.5657 和 0.2049; 在 $C_n^2 = 10^{-15}$ 的条件下, 几种方法的均方根误差分别为 0.1000、0.1095、0.1183 和 0.0894。在两种情况下, 本文所提方法的 RMSE 均小于对比方法, 尤其是在湍流强度较大时, 所提方法仍然能呈现出较好的分类效果, 说明所提方法具有较好的鲁棒性。上述结果说明所提方法能够得到更好的

OAM 光斑拟合函数, 从而具有更优的泛化性能。

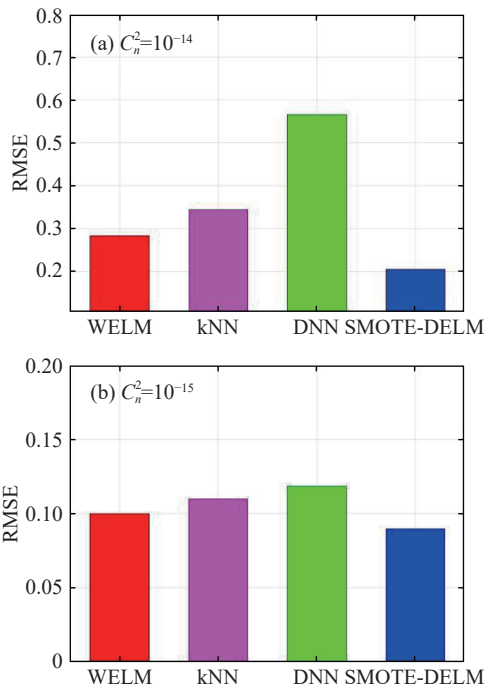


图 3 所提方法和对比方法的 RMSE 对比图

Fig. 3 Comparison of the RMSE of the proposed method and other methods

接下来, 进一步比较了几种方法的 G-mean, 如图 4(彩图见期刊电子版)所示。

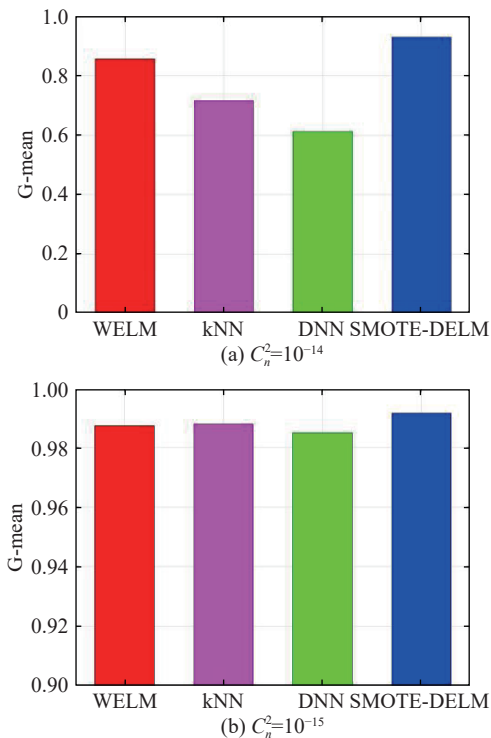


图 4 所提方法和对比方法的 G-mean 对比图

Fig. 4 Comparison of the G-mean of the proposed method and other methods

从图 4 可以看出, 在 $C_n^2 = 10^{-14}$ 条件下, WELM、kNN、DNN 和本文所提方法的 G-mean 分别为 0.8559、0.7157、0.6124 和 0.9306; 在 $C_n^2 = 10^{-15}$ 的条件下, 各个方法的 G-mean 均趋近于 1, 分别为 0.9873、0.9879、0.9849、0.9915。可见, 就 G-mean 而言, 所提方法同样呈现出了最优性能。这说明所提方法能够关注少数类样本的代价敏感程度, 避免了少数类样本的表示被多数类样本支配的现象。从总体上考虑识别性能, 计算得到的 ROC 曲线如图 5(彩图见期刊电子版)所示。

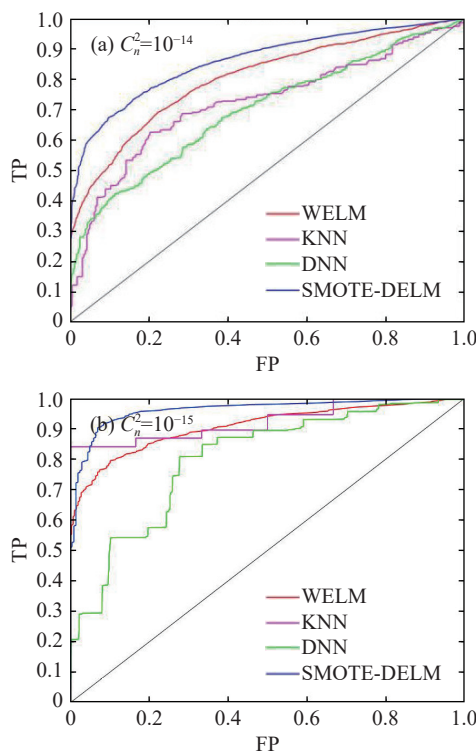


图 5 所提方法和对比方法的 ROC 曲线对比图

Fig. 5 Comparison of the ROC curves of the proposed method and other methods

从图 5 可以看出, 所提方法的 ROC 曲线最高。这说明相比于其他方法, 所提方法具有更好的整体预测性能。这是因为所提方法能够有效适应不同强度的大气湍流, 从而通过自适应的模型选择匹配变化的环境, 从而达到最优的拟合效果。

在两类数据集中分别进行消融实验, 考虑深度 ELM 方法和所提方法的 RMSE 结果, 消融实验结果如表 3 所示。

可以看出, 马氏距离的增加有效平衡了样本的分布, 从而使得深度 ELM 呈现出了更好的拟合效果。进一步对所提方法的时间复杂度进行讨

论,模型的复杂度主要受两方面的影响: DELM 的隐层节点数目 L , 以及改进 SMOTE 算法中生成样本的迭代次数 T 。所提方法的复杂度取决于极限学习机的隐层数目, 复杂度为 $O(N_k L^3)$ 。其中, N_k 表示训练样本数目, SMOTE 算法的复杂度为 $O(N_k T)$, 其中 $T = \lceil 1/IR \rceil$, IR 为不平衡度。线性关系的表达形成整个算法的计算复杂度 $O(N_k L^3 + N_k T)$ 。由于具有参数自动调整的优势, 能够适用于工程应用。随着硬件资源的发展, 实际应用过程中的计算时间将逐渐减少。

表 3 消融实验

Tab. 3 Ablation experiment

	深度ELM	SMOTE-DELM
$C_n^2 = 10^{-14}$	0.2552	0.2049
$C_n^2 = 10^{-15}$	0.0924	0.0894

由于所提方法能够从整体上进行模型优化,

获得模型最优解, 故表现出较好的识别效果, 上述实验结果验证了所提方法应用于 OAM 识别的可行性。

5 结 论

本文提出了一种应用于不平衡 OAM 的高效识别方法。与传统的机器学习方法不同, 本文所提方法考虑了少数样本的全局特性, 构建了深度极限学习机映射模型, 并在求解过程中引入了快速迭代收缩阈值法。与代表性的 WELM、kNN 等方法进行对比, 本文所提方法展现了良好的泛化能力, 在 $C_n^2 = 10^{-14}$ 和 $C_n^2 = 10^{-15}$ 两种场景下, G-mean 值分别可以达到 0.9306 和 0.9915。实验结果证明了所提方法对于不平衡 OAM 光斑识别的有效性。同时, 整个 OAM 识别过程不需要人工试错, 具有良好的工程应用价值, 为高维度载波通信系统提供了有益参考。

参考文献:

- [1] ARYA S, CHUNG Y H. A comprehensive survey on optical scattering communications: current research, new trends, and future vision[J]. *IEEE Communications Surveys & Tutorial*, 2024, 26(2): 1446-1477.
- [2] CHEN R, ZHOU J X, LONG W X, *et al.*. Hybrid circular array and Luneberg lens for long-distance OAM wireless communications[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2023, 71(1): 485-497.
- [3] YU H, YANG B W, HU H Y, *et al.*. Propagation characteristics of the vortex beam array through anisotropic non-Kolmogorov maritime atmospheric turbulence[J]. *Frontiers in Physics*, 2023, 11: 1277132.
- [4] 毛红敏, 丁致雅, 杨燕燕, 等. 大气湍流对高分辨率遥感卫星的成像影响研究[J]. *中国光学 (中英文)*, 2024, 17(1): 167-177.
MAO H M, DING ZH Y, YANG Y Y, *et al.*. Effect of atmospheric turbulence on imaging quality of high-resolution remote sensing satellites[J]. *Chinese Optics*, 2024, 17(1): 167-177.
- [5] LECUN Y, BENGIO Y, HINTON G. Deep learning[J]. *Nature*, 2015, 521(7553): 436-444.
- [6] JING G Q, CHEN L ZH, WANG P P, *et al.*. Recognizing fractional orbital angular momentum using feed forward neural network[J]. *Results in Physics*, 2021, 28: 104619.
- [7] FU X, BAI Y H, YANG Y J. Measuring OAM by the hybrid scheme of interference and convolutional neural network[J]. *Optical Engineering*, 2021, 60(6): 064109.
- [8] 娄岩, 陈纯毅, 赵义武, 等. 高斯涡旋光束在大气湍流传输中的特性研究[J]. *中国光学*, 2017, 10(6): 768-776.
LOU Y, CHEN CH Y, ZHAO Y W, *et al.*. Characteristics of Gaussian vortex beam in atmospheric turbulence transmission[J]. *Chinese Optics*, 2017, 10(6): 768-776. (in Chinese).
- [9] ZHOU H Q, WANG Y T, LI X, *et al.*. A deep learning approach for trustworthy high-fidelity computational holographic orbital angular momentum communication[J]. *Applied Physics Letters*, 2021, 119(4): 044104.
- [10] 吴鹏飞, 贾致远, 雷思琛, 等. 改进 CNN-Transformer 结合双缝干涉的轨道角动量模态识别方法[J]. *光学学报*, 2024, 10: 1-17.
WU P F, JIA ZH Y, LEI S CH, *et al.*. A method for orbital angular momentum mode recognition employing an enhanced CNN-transformer model integrated with double-slit interference[J]. *Acta Optica Sinica*, 2024, 10: 1-17.
- [11] ZHU CH X, ZHOU X X, GUO G C, *et al.*. Simulating electrical fields in the orbital angular momentum space of light[J]. *Optics Express*, 2022, 30(2): 972-985.

- [12] 郑崇辉, 王天枢, 刘哲琦, 等. 深度迁移学习方法识别轨道角动量光束[J]. 光电工程, 2022, 49(6): 210409.
ZHENG CH H, WANG T SH, LIU ZH Q, *et al.*. Deep transfer learning method to identify orbital angular momentum beams[J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2022, 49(6): 210409. (in Chinese).
- [13] 周旭, 陈纯毅, 于海洋, 等. 基于注意力机制的轨道角动量多叠加态识别方法[J]. 激光与光电子学进展, 2023, 60(23): 2306003.
ZHOU X, CHEN CH Y, YU H Y, *et al.*. Orbital angular momentum multi-superposition identification method based on attention mechanism[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2023, 60(23): 2306003. (in Chinese).
- [14] CHEN CH Y, YANG H M. Characterizing the statistical distribution for transmission coefficient of turbulent optical orbital-angular-momentum channels[J]. *Optics Express*, 2019, 27(20): 28968-28982.
- [15] YANG C H, CHENG K, HUANG H W, *et al.*. Orbital-angular-momentum spectra in coherent optical vortex beam arrays with hybrid states of polarization[J]. *Chinese Optics*, 2023, 16(6): 1501-1511.
- [16] 侯政诚, 张明明, 白胜闯, 等. 一维阵列涡旋光束在海面大气中的传输特性[J]. 中国光学(中英文), 2024, 17(2): 300-311.
HOU ZH CH, ZHANG M M, BAI SH CH, *et al.*. Propagation properties of one-dimensional array vortex beams in a marine atmosphere[J]. *Chinese Optics*, 2024, 17(2): 300-311.
- [17] GONG CH L, GU L X. A novel SMOTE-based classification approach to online data imbalance problem[J]. *Mathematical Problems in Engineering*, 2016, 2016: 5685970.
- [18] 王忠震, 黄勃, 方志军, 等. 改进 SMOTE 的不平衡数据集分类算法[J]. 计算机应用, 2019, 39(9): 2591-2596.
WANG ZH ZH, HUANG B, FANG ZH J, *et al.*. Improved SMOTE unbalanced data integration classification algorithm[J]. *Journal of Computer Applications*, 2019, 39(9): 2591-2596. (in Chinese).
- [19] ZHANG A M, YU H L, HUAN ZH J, *et al.*. SMOTE-RkNN: a hybrid re-sampling method based on SMOTE and reverse k -nearest neighbors[J]. *Information Sciences*, 2022, 595: 70-88.
- [20] HUANG G, HUANG G B, SONG SH J, *et al.*. Trends in extreme learning machines: a review[J]. *Neural Networks*, 2015, 61: 32-48.
- [21] YAN D Q, CHU Y H, ZHANG H Y, *et al.*. Information discriminative extreme learning machine[J]. *Soft Computing*, 2018, 22(2): 677-689.
- [22] YU H Y, CHEN CH Y, HU X J, *et al.*. An efficient recognition method for orbital angular momentum via adaptive deep ELM[J]. *Sensors*, 2023, 23(21): 8737.
- [23] BECK A, TEOULLE M. A fast iterative shrinkage-thresholding algorithm for linear inverse problems[J]. *SIAM Journal on Imaging Sciences*, 2009, 2(1): 183-202.
- [24] DELGADO-VENCES F J, FLANDOLI F. A spectral-based numerical method for Kolmogorov equations in Hilbert spaces[J]. *Infinite Dimensional Analysis, Quantum Probability and Related Topics*, 2016, 19(3): 1650020.
- [25] LAI J, WANG X D, XIANG Q, *et al.*. Multilayer discriminative extreme learning machine for classification[J]. *International Journal of Machine Learning and Cybernetics*, 2023, 14(6): 2111-2125.
- [26] 陈纯毅, 杨华民, 任斌, 等. 激光大气湍流传输数值实验建模与计算机模拟[J]. 系统仿真学报, 2018, 30(6): 2133-2143.
CHEN CH Y, YANG H M, REN B, *et al.*. Modeling and computer simulation of numerical experiments on laser propagation through atmospheric turbulence[J]. *Journal of System Simulation*, 2018, 30(6): 2133-2143. (in Chinese).
- [27] 姜楠, 李晓英, 牛春晖, 等. 大气湍流对激光空间传输特性影响的实验研究[J]. 激光技术, 2022, 46(5): 708-712.
JIANG N, LI X Y, NIU CH H, *et al.*. Experimental study on the influence of atmospheric turbulence on laser spatial transmission characteristics[J]. *Laser Technology*, 2022, 46(5): 708-712. (in Chinese).

作者简介:



于海洋(1989—), 男, 吉林长春人, 博士, 2019年于吉林大学获得博士学位, 主要从事计算机应用、光传输建模方面的研究。E-mail: custhaiyang@126.com