中国光学（中英文） Chinese Optics 核心期刊

径向高斯涡旋光束阵列在大气中传输的闪烁指数分析

张延娜 欧军 池灏 杨淑娜

Scintillation index analysis of radial Gaussian vortex beam array propagation in the atmosphere

ZHANG Yan-na, OU Jun, CHI Hao, YANG Shu-na

引用本文:
张延娜, 欧军, 池灏, 杨淑娜. 径向高斯涡旋光束阵列在大气中传输的闪烁指数分析[J]. 中国光学, 2025, 18(1): 142-149. doi: 10.37188/CO.2024-0098
ZHANG Yan-na, OU Jun, CHI Hao, YANG Shu-na. Scintillation index analysis of radial Gaussian vortex beam array propagation in the atmosphere[J]. *Chinese Optics*, 2025, 18(1): 142-149. doi: 10.37188/CO.2024-0098

在线阅读 View online: https://doi.org/10.37188/CO.2024-0098

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

涡旋光束在不同盐度的水下湍流中的传输特性的实验研究
Experimental investigation on propagation characteristics of vortex beams in underwater turbulence with different salinity
中国光学（中英文）. 2022, 15(1): 111 https://doi.org/10.37188/CO.EN.2021-0001

Cosh-Pearcey-Gaussian涡旋光束在单轴晶体中的坡印廷矢量和角动量密度
The poynting vector and angular momentum density of Cosh-Pearcey-Gaussian vortex beams in uniaxial crystals
中国光学（中英文）. 2023, 16(1): 193 https://doi.org/10.37188/CO.EN.2022-0007

杂化偏振涡旋合成光束阵列的轨道角动量谱
Orbital-angular-momentum spectra in coherent optical vortex beam arrays with hybrid states of polarization
中国光学（中英文）. 2023, 16(6): 1501 https://doi.org/10.37188/CO.EN-2023-0010

扭曲拉盖尔—高斯关联光束对大气湍流传输影响的抑制
Suppression of the influence of atmospheric turbulence during the propagation of a twisted Laguerre-Gaussian correlated beam
中国光学（中英文）. 2021, 14(3): 704 https://doi.org/10.37188/CO.2020-0138

部分相干啁啾光学相干涡旋晶格在生物组织湍流中的平均光强与光谱位移
Averaged intensity and spectral shift of partially coherent chirped optical coherence vortex lattices in biological tissue turbulence
中国光学（中英文）. 2022, 15(2): 364 https://doi.org/10.37188/CO.EN.2021-0010

斜程湍流大气中部分相干艾里光束的偏振特性研究
Polarization changes of partially-coherent Airy-Gaussian beams in a slanted turbulent atmosphere
中国光学（中英文）. 2021, 14(2): 409 https://doi.org/10.37188/CO.2020-0095

文章编号　2097-1842(2025)01-0142-08

径向高斯涡旋光束阵列在大气中传输的闪烁指数分析

张延娜, 欧　军*, 池　灏, 杨淑娜
（杭州电子科技大学 通信工程学院, 浙江 杭州 310018）

摘要: 涡旋光束阵列在自由空间光通信领域有很大的应用价值。本文采用多相位屏模拟大气湍流, 研究了径向高斯涡旋光束阵列在大气湍流环境中传输的光场演化过程和轴上闪烁特性, 分析了不同初始光束参数对径向高斯涡旋光束阵列的轴上闪烁指数的影响, 并将其与单束高斯涡旋光束的轴上闪烁指数进行对比。研究结果表明: 在弱湍流区域, rytov 指数小于 0.5 时, 单束高斯涡旋光束的轴上闪烁指数一直保持在小于 1 的数值区域, 远小于径向高斯涡旋光束的轴上闪烁指数; 而在中等强度湍流区域, 径向高斯涡旋光束阵列的轴上闪烁指数小于单束高斯涡旋光束的轴上闪烁指数。此外, 还发现径向高斯涡旋光束阵列的轴上闪烁指数会随着轨道角动量值的减小和径向阵列半径的增大而减小。研究结果对于大气湍流环境下的涡旋光通信具有一定的理论意义和应用价值。

关　键　词: 径向高斯涡旋光束阵列; 轴上闪烁指数; 相位屏仿真
中图分类号: TN929.1　　**文献标志码:** A　　**doi:** 10.37188/CO.2024-0098　　**CSTR:** 32171.14.CO.2024-0098

Scintillation index analysis of radial Gaussian vortex beam array propagation in the atmosphere

ZHANG Yan-na, OU Jun*, CHI Hao, YANG Shu-na
(*School of Communication Engineering*, *Hangzhou Dianzi University*, *Hangzhou* 310018, *China*)
* *Corresponding author*, *E-mail*: *oujun@hdu.edu.cn*

Abstract: Beam arrays have great application value in free-space optical communication. In this paper, the light intensity evolution and the on-axis scintillation index of radial Gaussian vortex beam arrays propagating through atmospheric turbulence are analyzed using multi-phase screen simulation. The effect of initial beam parameters on the on-axis scintillation index of radial Gaussian vortex beam arrays is studied, and the on-axis scintillation index of radial Gaussian vortex beam arrays is compared with that of a single Gaussian vortex beam. The results indicate that in the weak fluctuation regime and when the rytov index is less than 0.5, the on-axis scintillation index of Gaussian vortex beams remains within a numerical range of less than 1, while the on-axis scintillation index of radial Gaussian vortex beam arrays is around 1. In the medium fluctuation regime, the on-axis scintillation index of the radial Gaussian vortex beam arrays is smaller than that of a single Gaussian vortex beam. The on-axis scintillation index of radial Gaussian vortex beam arrays decreases with the decrease of orbital angular momentum and the increase of radial array radius. The research results hold theoretical

收稿日期: 2024-05-28; **修订日期:** 2024-06-25
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(No. 41905024, No. 62375071, No. 62101168)
Supported by the National Natural Science Foundation of China (No. 41905024, No. 62375071, No. 62101168)

significance and application value for vortex optical communication in turbulent atmospheric environments.
Key words: radial Gaussian vortex beam array; on-axis scintillation index; multi-phase screen simulation

1　引　言

随着数据网络的迅速发展, 通信资源日益紧缺, 寻找新的信息载体成为了人们关注和研究的焦点。轨道角动量 (orbital angular momentum, OAM) 在空间维度上可以取任意值, 而且具有不同 OAM 值的涡旋光束之间相互正交[1-3]。因此将 OAM 作为信息传输的载体, 可以提高自由空间光通信系统的信道利用率和信道容量[4-6]。值得注意的是, 在大气湍流中传输时, 湍流会导致涡旋光束出现退相干现象, 产生光强闪烁、光束扩展、光束漂移等诸多问题[7-8]。这些现象会严重破坏涡旋光束的结构, 影响自由空间光通信系统的性能。

减少湍流效应对涡旋光束影响的方法目前主要有两类: 一类是基于自适应光学、数字信号处理和深度学习等方法[9-12] 对畸变光束进行相位补偿; 另一类是根据光束自身的抗湍流特性选择合适的涡旋光束进行传输研究, 其中, 光束阵列是一种常用的抑制湍流效应的光束类型[13]。Liu 等[14] 推导计算了径向平顶涡旋光束阵列在大气湍流中传输的平均光强和空间复相干表达式。蒲继雄等研究了不同 OAM 值的两个涡旋光束同轴叠加后[15] 在大气强湍流中的闪烁指数。Luo 等[16-17] 详细研究了涡旋光束阵列在大气中的传输与扩展情况。侯政诚[18] 和王明军等[19] 研究了涡旋光束阵列在海洋湍流环境下的传输特性。刁鲁欣和王明军[20] 等研究了同轴叠加的双拉盖尔高斯涡旋光束在海洋中传输的闪烁指数。

光强闪烁是影响通信系统性能的重要因素之一, 它会降低自由空间光通信系统的信噪比, 增加误比特率[21-22]。相关学者对单束光束[22-25] 和普通光束阵列[13, 26-28] 的闪烁指数进行了详细研究, 但是关于涡旋光束阵列闪烁特性的报道相对较少。本文通过相位屏仿真研究了大气湍流中径向高斯涡旋光束阵列 (radial Gaussian vortex beam array, RGVBA) 的轴上闪烁指数, 并与单束高斯涡旋光束 (Gaussian vortex beam, GVB) 的轴上闪烁指数进行对比。

2　理论分析

2.1　光束模型

光束阵列通常由多个离轴光束组合而成。假设一个径向分布的涡旋光束阵列由 *Num* 个相同的高斯涡旋光束组成 (如图 1 所示)。

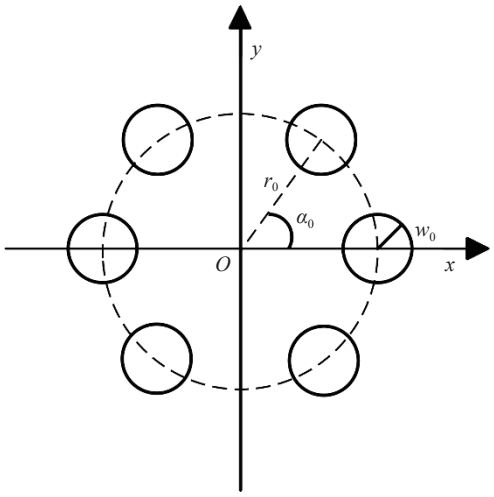

图 1　$Z=0$处径向高斯涡旋光束阵列分布示意图

Fig. 1　Schematic diagram of radial Gaussian vortex beam array distribution at $Z=0$

那么径向高斯涡旋光束阵列中任意一个光束的表达式为[16]:

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{s},0)=[(x-r_0\cos\alpha_n)+i\mathrm{sgn}(l)(y-r_0\sin\alpha_n)]^{|l|}\times \exp\left(-\frac{(x-r_0\cos\alpha_n)^2+(y-r_0\sin\alpha_n)^2}{w_0^2}\right), \tag{1}$$

式中, l为 OAM 值, w_0为光束的束腰半径, $\boldsymbol{s}=(x,y)$为$Z=0$内任意位置的矢量, sgn(·)为符号函数, $(r_0\cos\alpha_n, r_0\sin\alpha_n)$为第 n 个子光束的中心, 其中 $\alpha_n=n\alpha_0$, $(n=1,2,\cdots,Num)$, $\alpha_0=2\pi/Num$。将 *Num* 个离轴高斯涡旋光束均匀排列成径向阵列分布, 则径向高斯涡旋光束阵列在$Z=0$处的表达式为[16]:

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{s},0)=\sum_{n=1}^{Num}[(x-r_0\cos\alpha_n)+i\mathrm{sgn}(l)(y-r_0\sin\alpha_n)]^{|l|}\times \exp\left(-\frac{(x-r_0\cos\alpha_n)^2+(y-r_0\sin\alpha_n)^2}{w_0^2}\right), \tag{2}$$

2.2 光束传输理论推导

根据惠更斯-菲涅尔原理和利托夫近似理论，可以得到径向高斯涡旋光束阵列在湍流介质中传输到Z处的表达式[28] 为

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{s}',Z)=\boldsymbol{E}^{FS}(\boldsymbol{s}',Z)\exp(\psi(\boldsymbol{s},\boldsymbol{s}',Z)) \quad , \tag{3}$$

$\boldsymbol{s}'$为径向高斯涡旋光束阵列在接收平面的坐标，$\psi(\boldsymbol{s},\boldsymbol{s}',Z)$为传输距离内大气湍流对径向高斯涡旋光束阵列造成的复相位随机扰动。$\boldsymbol{E}^{FS}(\boldsymbol{s}',Z)$为径向高斯涡旋光束阵列真空传输到 Z 处的表达式[28]

$$\boldsymbol{E}^{FS}(\boldsymbol{s}',Z)=\frac{\exp(\mathrm{i}kZ)}{\mathrm{i}\lambda Z}\iint \boldsymbol{E}(\boldsymbol{s},0)\exp\left[\frac{\mathrm{i}k}{2Z}(\boldsymbol{s}'-\boldsymbol{s})^2\right]\mathrm{d}^2\boldsymbol{s}, \tag{4}$$

其中λ为波长，$k=2\pi/\lambda$为光波数。

由式 (2)~式 (4)，可以得到径向高斯涡旋光束阵列在大气湍流中传输到 Z 处的平均光强

$$\begin{aligned}\langle \boldsymbol{I}(\boldsymbol{s}_1',\boldsymbol{s}_2',Z)\rangle &= \langle \boldsymbol{E}(\boldsymbol{s}_1',Z)\boldsymbol{E}^*(\boldsymbol{s}_2',Z)\rangle \approx \\ &\boldsymbol{E}^{FS}(\boldsymbol{s}_1',Z)\boldsymbol{E}^{FS*}(\boldsymbol{s}_2',Z)\langle\exp(\psi(\boldsymbol{s}_1,\boldsymbol{s}_1',Z)+\psi^*(\boldsymbol{s}_2,\boldsymbol{s}_2',Z))\rangle = \\ &\frac{1}{\lambda^2Z^2}\iint \boldsymbol{E}(\boldsymbol{s}_1,0)\exp\left[\frac{ik}{2Z}(\boldsymbol{s}_1'-\boldsymbol{s}_1)^2\right]\mathrm{d}^2\boldsymbol{s}_1\iint \boldsymbol{E}^*(\boldsymbol{s}_2,0)\exp\left[\frac{ik}{2Z}(\boldsymbol{s}_2'-\boldsymbol{s}_2)^2\right]\mathrm{d}^2\boldsymbol{s}_2\times \\ &\langle\exp(\psi(\boldsymbol{s}_1,\boldsymbol{s}_1',Z)+\psi^*(\boldsymbol{s}_2,\boldsymbol{s}_2',Z))\rangle \quad ,\end{aligned} \tag{5}$$

其中，$\langle\cdot\rangle$表示系综平均值，”$*$”为共轭复数符号，通过 rytov 相位结构函数的二次近似[29]，可知

$$\begin{aligned}&\langle\exp(\psi(\boldsymbol{s}_1,\boldsymbol{s}_1',Z)+\psi^*(\boldsymbol{s}_2,\boldsymbol{s}_2',Z))\rangle = \\ &\exp\left(-\frac{(\boldsymbol{s}_1-\boldsymbol{s}_2)^2+(\boldsymbol{s}_1-\boldsymbol{s}_2)(\boldsymbol{s}_1'-\boldsymbol{s}_2')+(\boldsymbol{s}_1'-\boldsymbol{s}_2')^2}{\rho_0^2}\right),\end{aligned} \tag{6}$$

式中ρ_0为大气相干长度

$$\rho_0=\left[\frac{\pi^2k^2Z}{3}\int_0^\infty \kappa^3\Phi_n(\kappa)\mathrm{d}\kappa\right]^{-\frac{1}{2}} \quad , \tag{7}$$

式中，$\kappa=|\boldsymbol{\kappa}|$，$\boldsymbol{\kappa}=(\kappa_x,\kappa_y,\kappa_z)$为空间波数，$\Phi_n(\kappa)$为大气湍流功率谱密度函数，本文选取的大气湍流谱为 von Karman 谱[16]：

$$\Phi_n(\kappa)=0.033C_n^2\frac{\exp(-\kappa^2/\kappa_m^2)}{\left(\kappa^2+\kappa_0^2\right)^{11/6}}, \quad 0\leqslant\kappa<\infty \quad , \tag{8}$$

其中，$\kappa_0=2\pi/L_0$，$\kappa_m=5.92/l_0$，l_0为湍流内尺度，L_0为湍流外尺度，C_n^2为湍流折射率结构常数，单位为 $\mathrm{m}^{-2/3}$。

将式 (6) 代入式 (5)，取$\boldsymbol{s}'=\boldsymbol{s}_1'=\boldsymbol{s}_2'$，可以得到

$$\begin{aligned}\langle I(s',Z)\rangle=&\frac{1}{\lambda^2Z^2}\frac{\pi}{p_1}\frac{\pi}{p_3}\exp\left(-\frac{2r_0^2}{w_0^2}\right)\sum_{n_1=1}^{Num}\sum_{n_2=1}^{Num}\sum_{m_1=0}^{|l|}\sum_{m_2=0}^{|l|-m_1}\sum_{m_3=0}^{m_1}\sum_{m_4=0}^{|l|}\sum_{m_5=0}^{|l|-m_4}\sum_{m_6=0}^{m_4}\sum_{t_1=0}^{\frac{|l|-m_1-m_2}{2}}\sum_{t_2=0}^{\frac{m_1-m_3}{2}}\sum_{f_1=0}^{|l|-m_1-m_2-2t_1}\sum_{f_2=0}^{m_1-m_3-2t_2}\sum_{t_3=0}^{\frac{|l|-m_4-m_5+f_1}{2}}\sum_{t_4=0}^{\frac{m_4-m_6+f_2}{2}}\cdot \\ &\exp\left(\frac{q_1^2+q_2^2}{p_1}\right)\exp\left(\frac{q_3^2+q_4^2}{p_3}\right)[\mathrm{i}\cdot\mathrm{sgn}(l)]^{m_1}[-\mathrm{i}\cdot\mathrm{sgn}(l)^{m_4}]\binom{|l|}{m_1}\binom{|l|-m_1}{m_2}\binom{m_1}{m_3}\binom{|l|}{m_4}\binom{|l|-m_4}{m_5}\cdot \\ &\binom{m_4}{m_6}\binom{|l|-m_1-m_2-2t_1}{f_1}\binom{m_1-m_3-2t_2}{f_2}(-r_0\cos\alpha_{n_1})^{m_2}(-r_0\sin\alpha_{n_1})^{m_3}(-r_0\cos\alpha_{n_2})^{m_5}(-r_0\sin\alpha_{n_2})^{m} \\ &\rho_0^{-2(f_1+f_2)}4^{-t_1-t_2-t_3-t_4}p_1^{t_1+t_2+m_2+m_3-|l|}p_3^{t_3+t_4+m_5+m_6-|l|-f_1-f_2}q_1^{|l|-m_1-m_2-2t_1-f_1}q_2^{m_1-m_3-2t_2-f_2}q_3^{|l|-m_4-m_5-2t_3+f_1}q_4^{m_4-m_6-2t_4+f_2} \\ &\frac{(|l|-m_4-m_5+f_1)!}{(|l|-m_4-m_5-2t_3+f_1)!t_3!}\frac{(m_4-m_6+f_2)!}{(m_4-m_6-2t_4+f_2)!t_4!}\frac{(|l|-m_1-m_2)!}{(|l|-m_1-m_2-2t_1)!t_1!}\frac{(m_1-m_3)!}{(m_1-m_3-2t_2)!t_2!},\end{aligned} \tag{9}$$

式中，$p_1=\frac{1}{w_0^2}-\frac{ik}{2Z}+\frac{1}{\rho_0^2}$，$p_3=p_2-\frac{1}{p_1\rho_0^4}$，$p_2=\frac{1}{w_0^2}+\frac{ik}{2Z}+\frac{1}{\rho_0^2}$，$q_1=\frac{r_0\cos\alpha_{n_1}}{w_0^2}-\frac{ikx'}{2Z}$，$q_2=\frac{r_0\sin\alpha_{n_1}}{w_0^2}-\frac{iky'}{2Z}$，$q_3=\frac{r_0\cos\alpha_{n_2}}{w_0^2}+\frac{ikx'}{2Z}+\frac{q_1}{p_1\rho_0^2}$，$q_4=\frac{r_0\sin\alpha_{n_2}}{w_0^2}+\frac{iky'}{2Z}+\frac{q_2}{p_1\rho_0^2}$，$m_1$~$m_6$、$t_1$~$t_4$ 和 f_1~f_2 是在数值计算过程中使用二项式定理时定义的累加求和范围的参数，$\boldsymbol{s}'=(x',y')$为涡旋光束阵列在接收平面的坐标。

2.3 相位屏仿真方法

可以通过相位屏来模拟实际大气湍流环境，并对大气湍流引起的涡旋光束畸变进行仿真分析。其主要原理是：将相位屏等效于一定距离内大气湍流对涡旋光束造成的相位扰动，相邻的相位屏之间等效为无湍流的传输。重复地进行真空传输和穿过相位屏这两个过程直到光束抵达接收平面，就完成了光束在大气湍流中的传输，两个相邻的相位屏之间的光场表达式关系为[28]：

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{s},Z_{j+1}) = F^{-1}\left\{F\left[\boldsymbol{E}(\boldsymbol{s},Z_j)\exp\left[i\psi(x_1,y_1)\right]\right]\exp\left(-i\frac{\kappa_x^2+\kappa_y^2}{2k}\Delta Z\right)\right\}, \tag{10}$$

其中, $\boldsymbol{E}(\boldsymbol{s},Z_j)$和$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{s},Z_{j+1})$分别是涡旋光束阵列在第$j$个和第$j+1$个相位屏处的光场分布, ΔZ是两个相位屏之间的距离, $\psi(x_1,y_1)$是大气湍流在相位屏间隔ΔZ内引起的相位扰动, κ_x和κ_y为空间x和y方向的波数, F 是傅立叶变换, F^{-1} 是傅立叶逆变换。相位屏仿真示意图如图 2 所示。

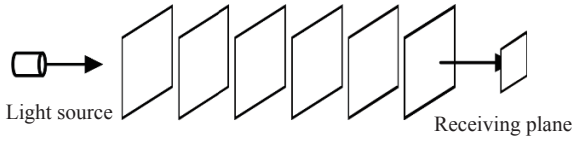

图 2　相位屏仿真示意图

Fig. 2　Phase screen simulation diagram

3　仿真结果与分析

3.1　相位屏仿真参数选取

相位屏的参数主要包括采样网格$N\times N$, 采样间隔Δx, 以及相位屏间隔ΔZ。参数选取规则如下[24, 28]。

(1) 要求相邻的两个相位屏之间的波动非常微弱, 因此相位屏间隔ΔZ的 rytov 指数要小于 0.1, 即$\sigma_R^2(\Delta Z)<0.1$。传输距离Z的 rytov 指数为

$$\sigma_R^2(Z)=1.23C_n^2k^{7/6}Z^{11/6}\quad, \tag{11}$$

其中, σ_R^2的取值用于区分湍流波动区域。其中: $\sigma_R^2<1$为弱湍流区; $1<\sigma_R^2<10$为中等强度湍流区; $\sigma_R^2>10$为强湍流区。

(2) 根据折射率结构常数C_n^2和光波数来选取满足$\sigma_R^2(\Delta Z)<0.1$的相位屏间隔ΔZ。

(3) 计算网格的采样间隔Δx应该小于每个传输步骤的菲涅尔距离 $\sqrt{\lambda\Delta Z}$, 同时大于 $\sqrt{\lambda\Delta Z/N}$, 因此

$$\sqrt{\lambda\Delta Z}>\Delta x>\sqrt{\lambda\Delta Z/N}\quad. \tag{12}$$

本文选取的仿真参数如表 1 所示, 如无特别说明, 则参数不变。

表 1　相位屏仿真参数

Tab. 1　Phase screen simulation parameters

采样网格 N	采样间隔 Δx/mm	相位屏间隔 ΔZ/m	湍流内尺度 l_0/m	湍流外尺度 L_0/m
1 024	1.7	200	0.01	10
波长 λ/nm	OAM值l	子光束半径 w_0/mm	阵列半径 r_0/cm	子光束数目 Num
1 550	1~3	3	1.8	6

3.2　光场演化

图 3(彩图见期刊电子版)表示了 RGVBA 在真空中不同传输距离处的光强和相位分布图, 其中, OAM 值为 2, 子光束数目 Num 为 9。

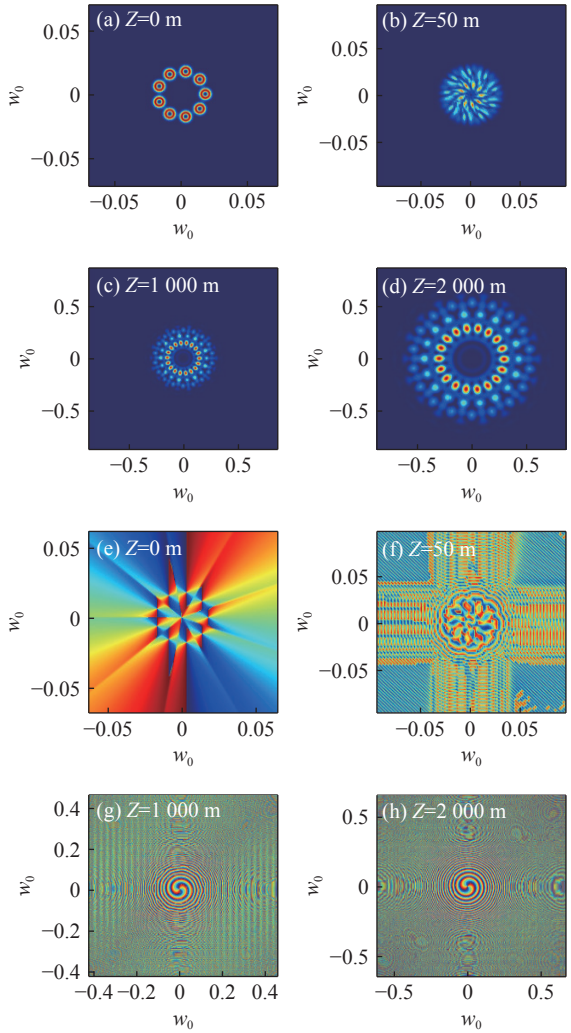

图 3　RGVBA 在真空中不同传输距离处的光强 (a)~(d) 和相位分布图 (e)~(h)

Fig. 3　Light intensity (a)~(d) and phase distribution (e)~(h) of RGVBA at various propagation distances in free space

从图 3(a)~3(d) 可以看出, 传输距离较短时, 由于子光束之间的相互干涉, 使得 RGVBA 的光强分布混乱。随着传输距离的增大, RGVBA 的光强分布逐渐稳定, 呈中空分布。从 3(e)~3(h) 可以看出, 在源平面和短传输距离时, 各个子光束的相位呈叠加分布, 形成一种特殊结构。随着传输距离的增加, RGVBA 的相位分布呈单个螺旋状。综上所述, 随着传输距离的增加, RGVBA 的光强和相位分布呈现单束涡旋光束的特征。

图 4(彩图见期刊电子版)表示 RGVBA 在不

同折射率结构常数下的光强分布情况，相位屏间隔ΔZ=100 m，OAM 值为 2，传输距离Z=2 000 m。其中，图 4(a) 为无湍流传输时的瞬时光强分布，4(b)~4(d) 为长曝光(统计平均)情况下大气湍流传输的光强分布。通过观察可得，随着C_n^2的增加，RGVBA 的光强分布逐渐趋于均匀。这是因为在传输过程中大气湍流破坏了 RGVBA 光强分布中的点阵光斑。

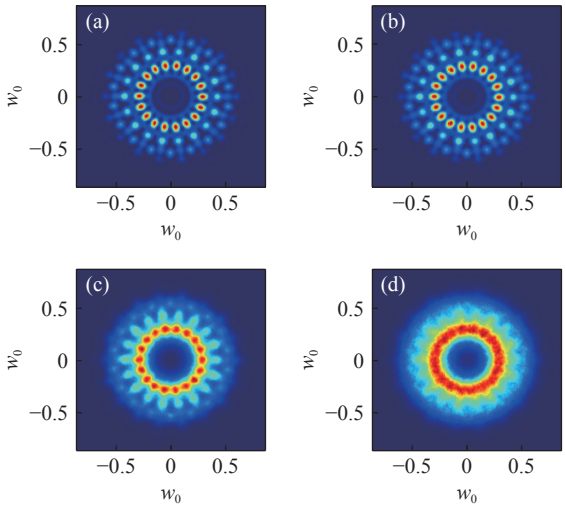

图 4 不同折射率结构常数C_n^2下 RGVBA 的光强分布($l=2$，$Num=9$，Z=2 000 m)。(a) $C_n^2=0$；(b) $C_n^2=5\times10^{-15}m^{-2/3}$；(c) $C_n^2=5\times10^{-14}m^{-2/3}$；(d) $C_n^2=1\times10^{-13}m^{-2/3}$

Fig. 4 The intensity distribution of RGVBA under different refractive index structure constants C_n^2 ($l=2$, $Num=9$, Z=2 000 m). (a) $C_n^2=0$; (b) $C_n^2=5\times10^{-15}m^{-2/3}$; (c) $C_n^2=5\times10^{-14}m^{-2/3}$; (d) $C_n^2=1\times10^{-13}m^{-2/3}$

3.3 闪烁指数

闪烁指数本质上是光束在接收平面平均光强的方差函数，用来表示光强波动的强弱程度，定义为[28]：

$$\sigma_I^2=\frac{\langle \boldsymbol{I}^2\rangle}{\langle \boldsymbol{I}\rangle^2}-1 \quad , \tag{13}$$

式中：$\boldsymbol{I}$为接收平面的光强值，$\langle\cdot\rangle$表示系综平均值。通过 1 000 次湍流实验，对接收平面的轴上光强进行统计平均计算后代入式 (13)，就得到了 RGVBA 的轴上闪烁指数值。

图 5 为弱湍流区域中 RGVBA 和 GVB 的轴上闪烁指数随传输距离增加的变化曲线，选取的 OAM 值是 1，传输距离 Z 的取值范围为 0~2 400 m。从图 5(a) 可以看出，RGVBA 的轴上闪烁指数值在短传输距离内先急剧增加，然后趋于平稳。而且轴上闪烁指数值随着C_n^2的增加而有所减小，原因是随着C_n^2的增加，RGVBA 的光强分布更加均匀，光栅点阵逐渐消失，光强呈环形中空，轴上光束强度起伏逐渐变小。从图 5(b) 可知，GVB 的轴上闪烁指数值随着传输距离的增加缓慢上升。当$C_n^2=1\times10^{-15}m^{-2/3}$时，GVB 轴上闪烁指数值始终维持在较小的数值范围内。随着C_n^2的增加，GVB 的轴上闪烁指数的增加幅度变大。对比图 5(a) 和图 5(b) 可发现，传输距离较短或C_n^2较小时，GVB 的轴上闪烁指数值远远小于 RGVBA 的轴上闪烁指数值。但随着C_n^2和传输距离Z的增加，GVB 的轴上闪烁指数值持续增大，而 RGVBA 的轴上闪烁指数值则保持稳定。当$C_n^2=1\times10^{-14}m^{-2/3}$，$Z$=2 200 m 时，RGVBA 的轴上闪烁指数值在 0.8 左右，而 GVB 的轴上闪烁指数值接近 1.2。

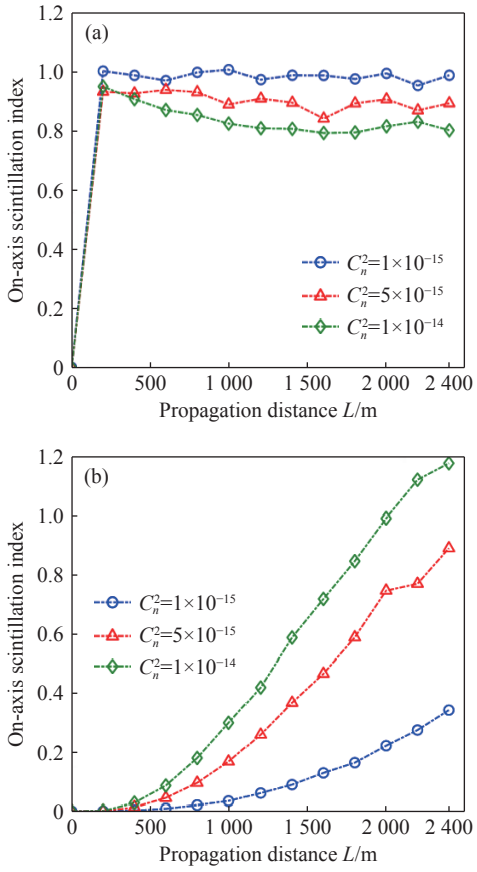

图 5 不同传输距离下 (a) RGVBA 及 (b) GVB 的轴上闪烁指数变化曲线

Fig. 5 Variation of the on-axis scintillation index values of (a) RGVBA and (b) GVB at different propagation distances

将上述仿真条件带入式 (11)，可以得到不同湍流强度和传输距离对应的 rytov 指数σ_R^2，如表 2 所示。结合图 5 中的轴上闪烁指数变化曲线和表 2 中σ_R^2值，可以观察到，当$C_n^2=1\times10^{-15}m^{-2/3}$

和$C_n^2 = 5\times10^{-15}m^{-2/3}$时, 对应表 2 中的$\sigma_R^2$小于 0.5, 此时图 5(a) 中 RGVBA 的轴上闪烁指数值高于图 5(b) 中 GVB 的轴上闪烁指数值。当$C_n^2 = 1\times10^{-14}m^{-2/3}$, 传输距离$Z$小于 1 800 m 时 (根据式 (11) 计算出此时σ_R^2值小于 0.6), 图 5(a) 中 RGVBA 的轴上闪烁指数值仍然高于图 5(b) 中 GVB 的轴上闪烁指数值; 然而, 当$Z>1\,800$ m 时 (此时σ_R^2值接近 1), 开始出现 RGVBA 的轴上闪烁指数值低于 GVB 的轴上闪烁指数值的情况。也就说, 在弱湍流区域, σ_R^2值接近 1 时, RGVBA 的轴上闪烁指数会值低于 GVB 的轴上闪烁指数值。

表 2　不同折射率结构常数和传输距离对应的 rytov 指数

Tab. 2　The rytov index corresponding to each refractive index structure constant and transmission distance

折射率结构常数C_n^2	传输距离范围Z	rytov指数σ_R^2
$1\times10^{-15}m^{-2/3}$	200~2 400 m	0.0010~0.0991
$5\times10^{-15}m^{-2/3}$	200~2 400 m	0.0052~0.4953
$1\times10^{-14}m^{-2/3}$	200~2 400 m	0.0104~0.9905

图 6 为 RGVBA 和 GVB 在中等强度湍流区域 ($1<\sigma_R^2<10$) 的轴上闪烁指数变化情况。选取的折射率结构常数为$C_n^2 = 5\times10^{-15}m^{-2/3}$, σ_R^2值的范围为 1.39~9.379, 对应传输距离 Z 的范围为 1 200 m~3 400 m。可以观察到, 随着 rytov 指数σ_R^2的增加, 两种光束的轴上闪烁指数都呈上升趋势, 而且 RGVBA 的轴上闪烁指数值一直小于 GVB 的轴上闪烁指数值。

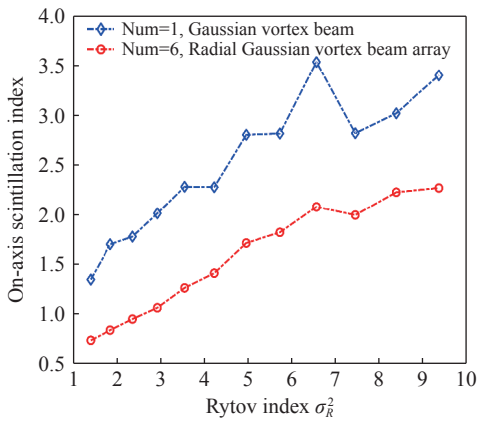

图 6　中等湍流下 GVB 和 RGVBA 的轴上闪烁指数随着 rytov 指数增加的变化曲线

Fig. 6　On-axis scintillation index values of GVB and RGVBA varying with rytov index in the medium fluctuation region

为了探讨不同初始光束参数对 RGVBA 轴上闪烁特性的影响, 本文计算了相同湍流条件下不同初始光束参数的 RGVBA 的轴上闪烁指数随着子光束数目 (*Num*) 的变化情况, 选取的参数为: $C_n^2 = 1\times10^{-14}m^{-2/3}$, Z=2 000 m。如图 7(彩图见期刊电子版)所示。

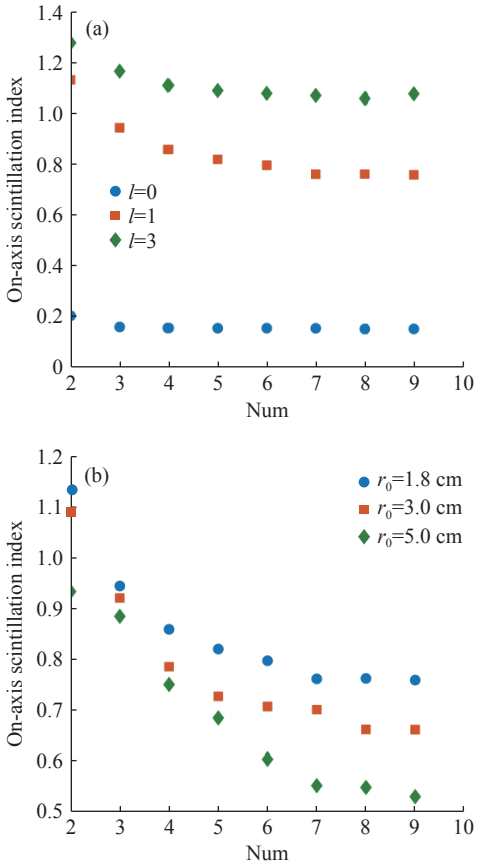

图 7　相同湍流条件下不同初始光束参数的 RGVBA 轴上闪烁指数值随子光束数目 (*Num*) 的变化情况。(a) 不同 OAM 值; (b) 不同径向阵列半径r_0

Fig. 7　Under the same turbulence conditions, the on-axis scintillation index values of RGVBA with different initial beam parameters as a function of the number of beamlets (*Num*). (a) With different OAM values; (b) with different radial array radii r_0

从图 7 可以看出, 随着子光束数目的增加, RGVBA 的闪烁指数呈现逐渐下降的趋势, 当$Num>6$后, 逐渐趋于一个常数。

此外, 由图 7(a) 可得, OAM 值越大, RGVBA 的轴上闪烁指数值越大; $l=0$时的光束阵列为径向高斯光束阵列, 对应光强分布的中心光强不为零, 轴上光强波动很小, 因此径向高斯光束阵列的轴上闪烁指数比径向高斯涡旋光束阵列的轴上闪烁指数小的多。由图 7(b) 可得, RGVBA

的轴上闪烁指数值随着径向阵列半径r_0的增大而减小。

4 结 论

本文采用多相位屏仿真方法，对 RGVBA 在大气湍流中传输的光场演化过程和轴上闪烁指数变化情况进行了仿真分析。结果表明，涡旋光束阵列在传输一定距离后的光强和相位分布呈现单束涡旋光束的特征。另外，对比了 RGVBA 和 GVB 在大气中传输的轴上闪烁特性。结果显示：在中等强度湍流环境下，RGVBA 的轴上闪烁指数值一直低于 GVB 的轴上闪烁指数值。计算了不同初始光束参数对 RGVBA 的轴上闪烁特性的影响，得到以下结论：子光束 (*Num*) 数目越大，RGVBA 的轴上闪烁指数越小，在$Num > 6$时趋于常数；而且 OAM 值越小，径向阵列半径r_0越大，RGVBA 的轴上闪烁指数越小。研究结果表明，RGVBA 相比于 GVB 更适合在中等湍流和长距离中传输。

参考文献：

[1] ALLEN L, PADGETT M J, BABIKER M. IV The orbital angular momentum of light[J]. *Progress in Optics*, 1999, 39: 291-372.

[2] 郭忠义, 龚超凡, 刘洪郡, 等. OAM 光通信技术研究进展[J]. 光电工程, 2020, 47(3): 190593.
GUO ZH Y, GONG CH F, LIU H J, *et al*.. Research advances of orbital angular momentum based optical communication technology[J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2020, 47(3): 190593. (in Chinese).

[3] WANG SH L, XU J P, YANG Y P, *et al*.. Optimization of wireless optical communication using perfect vortex beam[J]. *Optics Communications*, 2024, 556: 130258.

[4] REN Y X, LI L, WANG ZH, *et al*.. Orbital angular momentum-based space division multiplexing for high-capacity underwater optical communications[J]. *Scientific Reports*, 2016, 6(1): 33306.

[5] ZHONG W H, LIN ZH ZH, WU L X, *et al*.. Spatial and mode selective switch for orbital angular momentum mode division multiplexing[J]. *Optics Letters*, 2024, 49(11): 3006-3009.

[6] MA R, LUO K H, POKHAREL S, *et al*.. Orbital-angular-momentum-dependent speckles for spatial mode sorting and demultiplexing[J]. *Optica*, 2024, 11(5): 595-605.

[7] KOTLYAR V V, KOVALEV A A, PORFIREV A P. *Vortex Laser Beams*[M]. Boca Raton: CRC Press, 2018.

[8] 高春清, 付时尧. 涡旋光束[M]. 北京: 清华大学出版社, 2019.
GAO CH Q, FU SH Y. *Vortex Beams*[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2019. (in Chinese).

[9] DEDO M I, WANG Z K, GUO K, *et al*.. Retrieving performances of vortex beams with GS algorithm after transmitting in different types of turbulences[J]. *Applied Sciences*, 2019, 9(11): 2269.

[10] REN Y X, WANG ZH, XIE G D, *et al*.. Atmospheric turbulence mitigation in an OAM-based MIMO free-space optical link using spatial diversity combined with MIMO equalization[J]. *Optics Letters*, 2016, 41(11): 2406-2409.

[11] 杜芊芊, 韦宏艳, 史晨寅, 等. 基于深度学习的复合贝塞尔高斯光束大气湍流效应补偿[J]. 中国激光, 2023, 50(22): 2206002.
DU Q Q, WEI H Y, SHI CH Y, *et al*.. Atmospheric turbulence compensation based on deep learning to correct distorted composite Bessel-Gaussian beam[J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2023, 50(22): 2206002. (in Chinese).

[12] 蒋金洋, 刘晓云, 陈永豪, 等. 基于卷积神经网络的涡旋光束拓扑荷数估算[J]. 激光与光电子学进展, 2024, 61(13): 1326001.
JIANG J Y, LIU X Y, CHEN Y H, *et al*.. Topological charge estimation of vortex beams based on convolutional neural network[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2024, 61(13): 1326001. (in Chinese).

[13] 卢芳, 赵丹, 刘春波, 等. 非 Kolmogorov 大气湍流对高斯阵列光束光强闪烁的影响[J]. 红外与激光工程, 2016, 45(7): 0711001.
LU F, ZHAO D, LIU CH B, *et al*.. Influence of non-Kolmogorov atmospheric turbulence on scintillation of Gaussian array beams[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2016, 45(7): 0711001. (in Chinese).

[14] LIU H L, LÜ Y F, XIA J, *et al*.. Radial phased-locked partially coherent flat-topped vortex beam array in non-Kolmogorov medium[J]. *Optics Express*, 2016, 24(17): 19695-19712.

[15] LIU Y X, ZHANG K N, CHEN Z Y, *et al*.. Scintillation index of double vortex beams in turbulent atmosphere[J].

Optik, 2019, 181: 571-574.

[16] 骆传凯, 卢芳, 苗志芳, 等. 径向阵列涡旋光束在大气中的传输与扩展[J]. 光学学报, 2019, 39(6): 0601004.
LUO CH K, LU F, MIAO ZH F, *et al*.. Propagation and spreading of radial vortex beam array in atmosphere[J]. *Acta Optica Sinica*, 2019, 39(6): 0601004. (in Chinese).

[17] LUO CH K, LU F, HAN X E. Propagation and evolution of rectangular vortex beam array through atmospheric turbulence[J]. *Optik*, 2020, 218: 164913.

[18] 侯政诚, 张明明, 白胜闯, 等. 一维阵列涡旋光束在海面大气中的传输特性[J]. 中国光学 (中英文), 2024, 17(2): 300-311.
HOU ZH CH, ZHANG M M, BAI SH CH, *et al*.. Propagation properties of one-dimensional array vortex beams in a marine atmosphere[J]. *Chinese Optics*, 2024, 17(2): 300-311. (in Chinese).

[19] 王明军, 张妍. 阵列涡旋光束在不稳定分层海洋中的远距离传输[J]. 中国激光, 2024, 51(8): 0806001.
WANG M J, ZHANG Y. Long-distance transmission of vortex beam arrays in unstable stratified ocean[J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2024, 51(8): 0806001. (in Chinese).

[20] 刁鲁欣, 王明军, 黄朝军, 等. 海洋湍流下双拉盖尔-高斯涡旋光束的闪烁指数与误码率研究[J]. 光子学报, 2024, 53(2): 0201002.
DIAO L X, WANG M J, HUANG CH J, *et al*.. Scintillation index and bit error rate of double Laguerre-Gaussian vortex beams under ocean turbulence[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2024, 53(2): 0201002. (in Chinese).

[21] SHISHTER Y M, ALI F H, YOUNG R C. Scintillation and bit error rate analysis of zero-order Bessel–Gauss beams in atmospheric turbulence based on the extended Rytov theory[J]. *Optical Engineering*, 2023, 63(4): 041205.

[22] XU Y, XU Y G. Scintillation index and bit error rate of partially coherent twisted Gaussian beams in turbulent atmosphere[J]. *Optical and Quantum Electronics*, 2023, 55(6): 519.

[23] BAYKAL Y, EYYUBOĞLU H T. Scintillation index of flat-topped Gaussian beams[J]. *Applied Optics*, 2006, 45(16): 3793-3797.

[24] ZHANG G, WANG J, WANG L, *et al*.. Scintillation analysis of pseudo-Bessel-Gaussian Schell-mode beams propagating through atmospheric turbulence with wave optics simulation[J]. *Optics & Laser Technology*, 2018, 100: 139-144.

[25] AKCAN C I, BAYRAKTAR M, ELMABRUK K. Analysis of finite energy Fresnel Bessel beams scintillation level in turbulent communication links[J]. *Physica Scripta*, 2024, 99(6): 065505.

[26] EYYUBOĞLU H T, BAYKAL Y, CAI Y. Scintillations of laser array beams[J]. *Applied Physics B*, 2008, 91(2): 265-271.

[27] YUAN Y SH, CAI Y J. Scintillation index of a flat-topped beam array in a weakly turbulent atmosphere[J]. *Journal of Optics*, 2011, 13(12): 125701.

[28] 牛超君. 阵列光束在湍流中的传输及合成光束自适应优化整形[D]. 西安: 西安电子科技大学, 2019.
NIU CH Q. *Propagation characteristics of array beams through turbulence and adaptive beam shaping*[D]. Xi'an: Xidian University, 2019. (in Chinese).

[29] 黎芳, 刘慧. 部分相干异常涡旋光束在大气湍流中的传输特性[J]. 激光与红外, 2020, 50(1): 9-12.
LI F, LIU H. Propagation of partially coherent anomalous vortex beams through turbulent atmosphere[J]. *Laser & Infrared*, 2020, 50(1): 9-12. (in Chinese).

作者简介:

欧　军(1987—), 男, 江西赣州人, 副教授, 硕士生导师, 2015 年于北京航空航天大学电子信息工程学院获得工学博士学位, 主要研究方向为涡旋光传输和通信, 微波光子学。E-mail: oujun@hdu.edu.cn