中国光学（中英文） Chinese Optics 核心期刊

双液晶偏振光栅系统的倾斜误差特性分析

方远翔 江伦 裴惠熠 王锦疆 崔勇 张家铭

Tilt error’s characteristic analysis of dual liquid crystal polarization grating system

FANG Yuan-xiang, JIANG Lun, PEI Hui-yi, WANG Jin-jiang, CUI Yong, ZHANG Jia-ming

引用本文:
方远翔, 江伦, 裴惠熠, 王锦疆, 崔勇, 张家铭. 双液晶偏振光栅系统的倾斜误差特性分析[J]. 中国光学, 2024, 17(6): 1387-1396. doi: 10.37188/CO.2024-0041
FANG Yuan-xiang, JIANG Lun, PEI Hui-yi, WANG Jin-jiang, CUI Yong, ZHANG Jia-ming. Tilt error’s characteristic analysis of dual liquid crystal polarization grating system[J]. *Chinese Optics*, 2024, 17(6): 1387-1396. doi: 10.37188/CO.2024-0041

在线阅读 View online: https://doi.org/10.37188/CO.2024-0041

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

基于液晶光波导的电控偏振旋转器

Electrically controlled polarization rotator based on liquid crystal optical waveguide

中国光学（中英文）. 2022, 15(3): 552 https://doi.org/10.37188/CO.2021-0213

双路偏振结构的激光多普勒测速系统

Laser Doppler velocimetry with a dual polarization structure

中国光学（中英文）. 2023, 16(4): 753 https://doi.org/10.37188/CO.2022-0211

基于Yb:CALGO晶体激光器的偏振复用

Polarization-multiplexing of a laser based on a bulk Yb:CALGO crystal

中国光学（中英文）. 2023, 16(6): 1475 https://doi.org/10.37188/CO.EN-2023-0005

偏振光在椭球细粒子中多次散射传输特性

Multiple scattering transmission characteristic of polarized light in ellipsoidal fine particles

中国光学（中英文）. 2023, 16(2): 348 https://doi.org/10.37188/CO.2022-0144

紫外偏振敏感的$CsPbBr_3$纳米薄膜的可见光发射

Visible light emission of ultraviolet polarization sensitive $CsPbBr_3$ nano-films

中国光学（中英文）. 2023, 16(1): 202 https://doi.org/10.37188/CO.2022-0152

非线性系统中双频光栅相位测量

Phase measurement with dual-frequency grating in a nonlinear system

中国光学（中英文）. 2023, 16(3): 726 https://doi.org/10.37188/CO.EN.2022-0013

文章编号 2097-1842(2024)06-1387-10

双液晶偏振光栅系统的倾斜误差特性分析

方远翔[1,2], 江 伦[1,2*], 裴惠熠[1,2], 王锦疆[1,2], 崔 勇[1,2], 张家铭[1,2]
（1. 长春理工大学 光电工程学院, 吉林 长春 130022;
2. 长春理工大学 空间光电技术研究所, 吉林 长春 130022）

摘要: 为了精确控制激光光束指向, 本文基于双液晶偏振光栅系统的光束指向算法, 分析了系统中因光栅倾斜产生的误差。首先, 采用一种基于衍射光栅方程的光线追迹方法求解出射光束指向, 引入了入射光束指向和光栅倾斜角, 通过与仿真结果进行对比, 验证了该方法的正确性和精度。其次, 通过对光栅不同倾斜情况的分析, 本文给出了不同倾斜情况下光栅姿态的表达式, 并结合光线追迹法得到了相应的出射光束指向表达式, 并进一步分析了光栅倾斜产生的调零误差和旋转误差。研究结果表明, 在 0°~0.3°光栅倾斜角范围内, 调零误差分别在 0.25 mrad 和 2 mrad 以内, 旋转误差分别在 85 mrad 和 430 mrad 左右。本文方法可实现对双液晶偏振光栅系统中出射光束指向和光栅倾斜误差的精确计算。

关 键 词: 激光指向技术; 光束指向算法; 液晶偏振光栅; 光栅方程
中图分类号: TH774 **文献标志码:** A **doi:** 10.37188/CO.2024-0041 **CSTR:** 32171.14.CO.2024-0041

Tilt error's characteristic analysis of dual liquid crystal polarization grating system

FANG Yuan-xiang[1,2], JIANG Lun[1,2*], PEI Hui-yi[1,2], WANG Jin-jiang[1,2], CUI Yong[1,2], ZHANG Jia-ming[1,2]
(1. *School of Photoelectric Engineering, Changchun University of Science and Technology, Changchun* 130022, *China*;
2. *Institute of Space Optoelectronic Technology, Changchun University of Science and Technology, Changchun* 130022, *China*)
* *Corresponding author, E-mail: jlciomp@163.com*

Abstract: In order to precisely control the direction of laser beams, we analyze the error caused by the grating tilt in the system based on the optical beam pointing algorithm of the dual liquid crystal polarization grating system. Firstly, a ray tracing method based on the diffraction grating equation is used to solve the outgoing beam pointing, introducing the incident beam pointing and grating tilt angle. The correctness and accuracy of this method are verified through comparison with simulation results. Secondly, by analyzing different cases of grating tilt, we provide expressions of the grating attitude under different tilt conditions, and in combination with the ray tracing method, obtain the expressions for the outgoing beam pointing for corresponding situations, analyzing the zeroing error and rotation error caused by grating tilt. The research results indic-

收稿日期: 2024-03-01; **修订日期:** 2024-03-21
基金项目: 国家重点研发计划(No. 2022YFB3902502)
Supported by National Key Research and Development Program of China (No. 2022YFB3902502)

ate that within the 0° to 0.3° grating tilt angle range, the zeroing errors are within 0.25 mrad and 2 mrad respectively, and the rotation errors are around 85 mrad and 430 mrad, respectively. We propose a method for accurately calculating the pointing direction and grating tilt errors in the exit beam of a dual liquid crystal polarization grating system.

Key words: laser technology; beam pointing algorithm; liquid crystal polarization grating; grating equation

1 引 言

对任何光学系统而言，光束方向的精确控制都是至关重要的，光束指向控制技术既可用于光束指向调整，又可用于改变成像视轴，在自由空间光通信、红外对抗、激光指示器、激光雷达、光线光开关等设备中有广泛的应用[1-7]。其中，以液晶偏振光栅（LCPG）为核心器件的双液晶偏振光栅（dLCPG）系统因其指向范围广、指向精度高、衍射效率高、响应时间快、扩展性好、可实现准连续调节等优势，在光束指向控制方面具有很好的研究价值和应用前景[8-12]。

近年，dLCPG 对激光光束控制领域的相关研究正在稳步推进[13-19]。在这些研究中，基于 dLCPG 的扫描和指向问题给出的通常都是光束指向算法的正向解，并且入射光束始终沿系统的光轴方向。其余对 dLCPG 的研究主要集中在提高光束偏转性能和能量利用率方面，尚未建立引入入射光束指向的光束指向算法。本课题组于 2022 年 11 月给出了入射光束指向、光栅旋转角与出射光束指向之间的关系式，建立了基于旋转 dLCPG 的目标跟踪系统，阐述了基于该公式的闭环目标跟踪过程，并进行了仿真验证[20]。dLCPG 应用于目标跟踪时，光束经过光栅衍射后到达被跟踪目标，目标反射回来的光束再通过 dLCPG，这是具有入射角的光束进入 dLCPG 的情况。该研究利用方向余弦方法给出了脱靶量与目标位置、光栅旋转角之间的关系式，但该公式没有考虑到光栅倾斜对系统的影响，并且由方向余弦方法得到的出射光束指向与仿真和实验结果之间存在 0.45 mrad 左右的误差。

因此，本文采用了一种基于衍射光栅方程的光线追迹方法的光束指向算法，通过引入入射光束指向和光栅倾斜角来分析光栅倾斜产生的误差。本文在 ZEMAX 中对不同光栅倾斜情况对应的 dLCPG 的光学结构进行仿真，并验证了光束指向算法的精准度。在 MATLAB 中对该算法进行逆解运算，可以得到在给定的光栅倾斜角范围内由光栅倾斜产生的调零误差和旋转误差。

2 基本原理

2.1 双液晶偏振光栅光束指向原理

LCPG 的光束偏转能力来自其本身的衍射特性，而衍射特性源于内部液晶分子发生的形变，这种形变造成了液晶双折射率的非均匀分布，使 LCPG 可以实现独特的衍射效果。理想状态下，LCPG 主要表现出 3 个衍射级次，即 0 级和±1 级。这 3 个衍射级次各自具有特定的衍射效率。当入射光束以圆偏振光入射且光栅满足半波延迟时，±1 级中的一个衍射级的衍射效率达到 100%。这是 LCPG 作为光束指向元件的独特优势。

图 1 为理想状态下的 dLCPG 光束指向系统示意图，光栅 1 和光栅 2 共光轴平行放置，且衍射级次分别为+1 和−1。如图 2 所示将光轴正向作为 z 轴正向，光栅线作为 x 轴正向，建立右手坐标系，则出射光束由极坐标 (Θ,Φ) 唯一确定。光栅 1 和光栅 2 绕 z 轴共轴独立旋转，以绕 z 轴顺时针旋转为正方向。当两片光栅旋转时，出射光束在观测场内可实现任意的光束指向调整，观测场是以最大俯仰角 Φ_{max} 为半径的锥体。

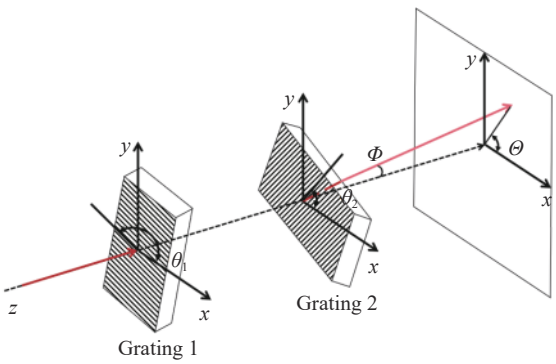


图 1 理想状态下的 dLCPG 结构图

Fig. 1 Structral diagram of dLCPG under ideal state

2.2　衍射光栅方程

不同于过去研究用方向余弦方法表示出射光束指向[9, 15], 本文使用基于衍射光栅方程的光线追迹方法表示出射光束指向。由于在理想状态下LCPG 的衍射级次只有±1 级且衍射效率为 100%, 故利用光线追迹方法可清楚表示每片 LCPG 的出射光束指向。

根据衍射光学知识, 衍射光栅方程通常表示为:

$$n_2\sin\theta_2-n_1\sin\theta_1=m\frac{\lambda}{\Lambda}\quad,\qquad(1)$$

其中, θ_1和θ_2分别是衍射光栅的入射角和衍射角, n_1和n_2分别是光栅两侧介质的折射率, m 是光栅的衍射级次, λ是光束波长, Λ是光栅周期。

式 (1) 适用于描述固定二维平面内衍射光栅的入射和衍射光束。由于 dLCPG 中光栅共轴独立旋转, 导致入射光束和衍射光束所在平面会随光栅旋转而不断变化, 因此需将式 (1) 转变成向量形式, 以满足在三维空间内描述衍射光栅的入射和衍射光束的需要:

$$\boldsymbol{v}\times\frac{1}{\lambda}(n_2\boldsymbol{r}_2-n_1\boldsymbol{r}_1)=m\boldsymbol{v}\times\left(\frac{1}{\Lambda}\boldsymbol{f}\right)\quad,\qquad(2)$$

其中$\boldsymbol{r}_1$是入射光束方向向量, $\boldsymbol{r}_2$是出射光束方向向量, $\boldsymbol{v}$是光栅法向量, $\boldsymbol{f}$是光栅线的法向量, 具体位置如图 2(彩图见期刊电子版) 所示。

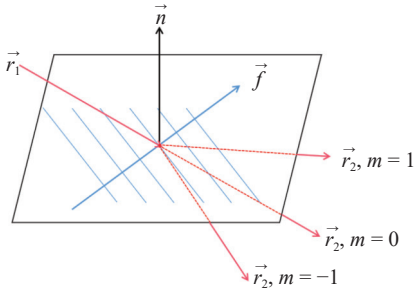


图 2　光栅方程向量形式示意图

Fig. 2　Schematic diagram of the grating equations in vector form

为方便求解光栅的衍射光束$\boldsymbol{r}_2$, 可将式 (2) 变换为以下形式:

$$\boldsymbol{r}_2=\boldsymbol{v}\left\{\left[1-|\boldsymbol{u}|^2+(\boldsymbol{v}\cdot\boldsymbol{u})^2\right]^{\frac{1}{2}}-\boldsymbol{v}\cdot\boldsymbol{u}\right\}+\boldsymbol{u}\quad,\qquad(3)$$

其中

$$\boldsymbol{u}=\frac{1}{n_2}\left(n_1\boldsymbol{r}_1+m\frac{\lambda}{\Lambda}\boldsymbol{f}\right)\quad.\qquad(4)$$

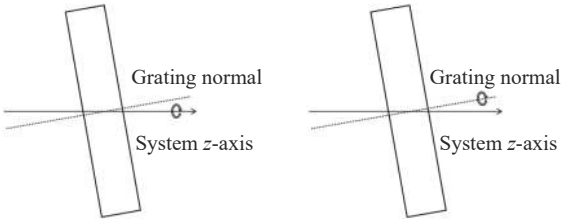
通过式 (3)、式 (4) 即可在三维空间内描述光栅的出射光束指向, 从而以光线追迹的方式得到 dLCPG 的出射光束指向。

3　光栅倾斜及光束指向算法推导

3.1　光栅倾斜情况分析

衍射光栅方程可以考虑光栅旋转姿态对出射光束指向的影响, 也即光栅倾斜对出射光束指向的影响, 而方向余弦方法因自身局限性无法做到这一点。从式 (2)、式 (3)、式 (4) 中可以看出, 出射光束指向$\boldsymbol{r}_2$需要通过入射光束指向、光栅法向量和光栅线法向量得到, 因此可对需要光栅旋转的姿态进行精确描述。

在 dLCPG 中, 两片光栅相互独立旋转, 但光栅倾斜会使光栅旋转姿态发生变化, 单片光栅的倾斜情况如图 3 所示。第一种情况是光栅倾斜, 但旋转轴保持为系统 z 轴不变; 其二是光栅倾斜, 但旋转轴变为倾斜光栅的法线方向。



(a) 第一种状态　(b) 第二种状态

(a) The first situation　(b) The second situation

图 3　单片光栅的两种倾斜状态

Fig. 3　Two types of tilt situations of a single grating

令光栅倾斜角为ε, 光栅旋转角为θ, 则两种光栅倾斜状态对应的光栅法向量$\boldsymbol{v}$和光栅线的法向量$\boldsymbol{f}$在三维空间中的表示如下。

第一种状态:

$$\begin{cases}\boldsymbol{v}=(\sin\theta\sin\varepsilon,-\cos\theta\sin\varepsilon,\cos\varepsilon)\\ \boldsymbol{f}=(-\sin\theta\cos\varepsilon,\cos\theta\cos\varepsilon,\sin\varepsilon)\end{cases}\quad,\qquad(5)$$

第二种状态:

$$\begin{cases}\boldsymbol{v}=(0,-\sin\varepsilon,\cos\varepsilon)\\ \boldsymbol{f}=(-\sin\theta,\cos\theta\cos\varepsilon,\cos\theta\sin\varepsilon)\end{cases}\quad.\qquad(6)$$

此外, 基于单光栅的倾斜状态可将 dLCPG 的光栅倾斜状态分为 4 种。根据 dLCPG 的 z 轴方向和光栅位置关系可将两片光栅分为光栅 1、2。4 种倾斜状态分别为如图 4 所示。

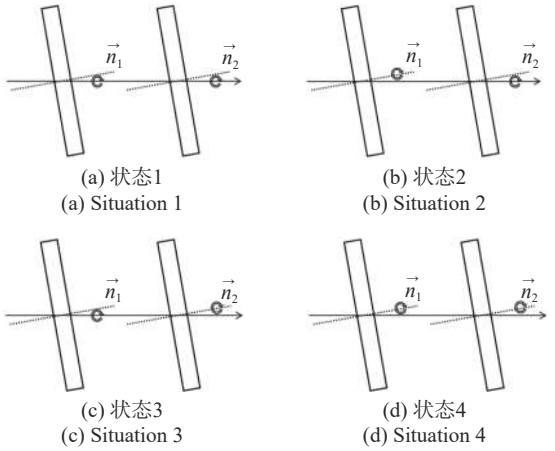


图 4 dLCPG 的四种倾斜状态

Fig. 4 The four types of tilting situations of dLCPG

图 4 中，状态 1：光栅 1、2 倾斜且旋转轴不变；状态 2：光栅 1 倾斜且旋转轴不变，光栅 2 倾斜且旋转轴改变；状态 3：光栅 1 倾斜且旋转轴改变，光栅 2 倾斜且旋转轴不变；状态 4：光栅 1、2 倾斜且旋转轴都改变。

3.2 光束指向算法推导

可令光栅 1 的旋转角为θ_1，倾斜角为ε_1，光栅 2 的旋转角为θ_2，倾斜角为ε_2，根据式 (5)、式 (6) 可得到 4 种倾斜状态对应的光栅 1、2 的光栅法向量和光栅线的法向量。此外，假设 dLCPG 的入射光束指向为$\boldsymbol{r}_1=(\Theta_0,\Phi_0)$，有

$$\begin{cases} K_0=-\sin\Phi_0\sin\Theta_0 \\ L_0=\sin\Phi_0\cos\Theta_0 \\ M_0=\cos\Phi_0 \end{cases}, \tag{7}$$

其中，K_0、L_0、M_0是入射光束的方向余弦，Θ_0是入射光束的方位角，Φ_0是入射光束的俯仰角，这样方便在球坐标系中表示光束的方向向量。

将式 (5)、式 (6)、式 (7) 代入衍射光栅方程 (3)、(4) 可以得到引入入射光束指向和光栅倾斜角的 dLCPG 的出射光束指向表达式。由光线追迹可知，入射光束指向首先到达光栅 1。根据不同的光栅倾斜状态，光栅 1 的出射光束指向$\boldsymbol{r}_1$和$\boldsymbol{r}_1'$不同，其中$\boldsymbol{v}_1$和$\boldsymbol{v}_1'$分别为光栅 1 在两种倾斜状态下的法向量。

第一种倾斜状态：光栅 1 倾斜且旋转轴保持不变，此时光栅 1 的出射光束方向向量$\boldsymbol{r}_1$可表示为：

$$\boldsymbol{r}_1=\boldsymbol{v}_1\left\{\left[1-|\boldsymbol{u}_1|^2+(\boldsymbol{v}_1\cdot\boldsymbol{u}_1)^2\right]^{\frac{1}{2}}-\boldsymbol{v}_1\cdot\boldsymbol{u}_1\right\}+\boldsymbol{u}_1, \tag{8}$$

其中，

$$\boldsymbol{u}_1=\left(K_0-\frac{\lambda}{\Lambda}\sin\theta_1\cos\varepsilon_1, L_0+\frac{\lambda}{\Lambda}\cos\theta_1\cos\varepsilon_1, M_0+\frac{\lambda}{\Lambda}\sin\varepsilon_1\right), \tag{9}$$

第二种倾斜状态：光栅 1 倾斜且旋转轴变为倾斜光栅的法线方向，此时光栅 1 的出射光束方向向量$\boldsymbol{r}_1'$可表示为：

$$\boldsymbol{r}_1'=\boldsymbol{v}_1'\left\{\left[1-|\boldsymbol{u}_1'|^2+(\boldsymbol{v}_1'\cdot\boldsymbol{u}_1')^2\right]^{\frac{1}{2}}-\boldsymbol{v}_1'\cdot\boldsymbol{u}_1'\right\}+\boldsymbol{u}_1', \tag{10}$$

其中，

$$\boldsymbol{u}_1'=\left(K_0-\frac{\lambda}{\Lambda}\sin\theta_1, L_0+\frac{\lambda}{\Lambda}\cos\theta_1\cos\varepsilon_1, M_0+\frac{\lambda}{\Lambda}\cos\theta_1\sin\varepsilon_1\right). \tag{11}$$

入射光束指向经光栅 1 出射后到达光栅 2。根据不同的光栅倾斜状态，分别给出了光栅 2 的出射光束指向$\boldsymbol{r}_2$、$\boldsymbol{r}_2'$、$\boldsymbol{r}_2''$和$\boldsymbol{r}_2'''$。其中，$\boldsymbol{v}_2$和$\boldsymbol{v}_2'$分别为光栅 2 在两种倾斜状态下的法向量，$\boldsymbol{r}_{1x}$、$\boldsymbol{r}_{1y}$、$\boldsymbol{r}_{1z}$分别为光束指向$\boldsymbol{r}_1$在三维空间中与 x, y, z 轴对应分量的模，$\boldsymbol{r}_{1x}'$、$\boldsymbol{r}_{1y}'$、$\boldsymbol{r}_{1z}'$分别为光束指向$\boldsymbol{r}_1'$在三维空间中与 x, y, z 轴对应分量的模。

状态 1：对于光栅 1、2 倾斜且旋转轴都不变的情况，光栅 2 的出射光束方向向量$\boldsymbol{r}_2$如下：

$$\boldsymbol{r}_2=\boldsymbol{v}_2\left\{\left[1-|\boldsymbol{u}_2|^2+(\boldsymbol{v}_2\cdot\boldsymbol{u}_2)^2\right]^{\frac{1}{2}}-\boldsymbol{v}_2\cdot\boldsymbol{u}_2\right\}+\boldsymbol{u}_2, \tag{12}$$

其中，

$$\boldsymbol{u}_2=\left(r_{1x}+\frac{\lambda}{\Lambda}\sin\theta_2\cos\varepsilon_2, r_{1y}-\frac{\lambda}{\Lambda}\cos\theta_2\cos\varepsilon_2, r_{1z}-\frac{\lambda}{\Lambda}\sin\varepsilon_2\right). \tag{13}$$

状态 2：对于光栅 1 倾斜且旋转轴不变，光栅 2 倾斜且旋转轴改变的情况，光栅 2 的出射光束方向向量$\boldsymbol{r}_2'$如下：

$$\boldsymbol{r}_2'=\boldsymbol{v}_2'\left\{\left[1-|\boldsymbol{u}_2'|^2+(\boldsymbol{v}_2'\cdot\boldsymbol{u}_2')^2\right]^{\frac{1}{2}}-\boldsymbol{v}_2'\cdot\boldsymbol{u}_2'\right\}+\boldsymbol{u}_2', \tag{14}$$

其中，

$$\boldsymbol{u}_2'=\left(r_{1x}+\frac{\lambda}{\Lambda}\sin\theta_2, r_{1y}-\frac{\lambda}{\Lambda}\cos\theta_2\cos\varepsilon_2, r_{1z}-\frac{\lambda}{\Lambda}\cos\theta_2\sin\varepsilon_2\right). \tag{15}$$

状态 3: 对于光栅 1 倾斜且旋转角改变, 光栅 2 倾斜且旋转轴不变的情况, 光栅 2 的出射光束方向向量$\boldsymbol{r}_2''$如下:

$$\boldsymbol{r}_2''=\boldsymbol{v}_2\left\{\left[1-\left|\boldsymbol{u}_2''\right|^2+\left(\boldsymbol{v}_2\cdot\boldsymbol{u}_2''\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}-\boldsymbol{v}_2\cdot\boldsymbol{u}_2''\right\}+\boldsymbol{u}_2'' \quad , \tag{16}$$

其中,

$$\boldsymbol{u}_2''=\left(r_{1x}'+\frac{\lambda}{\Lambda}\sin\theta_2\cos\varepsilon_2, r_{1y}'-\frac{\lambda}{\Lambda}\cos\theta_2\cos\varepsilon_2, r_{1z}'-\frac{\lambda}{\Lambda}\sin\varepsilon_2\right) \quad . \tag{17}$$

状态 4: 对于光栅 1、2 倾斜且旋转轴都改变的情况, 光栅 2 的出射光束方向向量$\boldsymbol{r}_2'''$如下:

$$\boldsymbol{r}_2'''=\boldsymbol{v}_2'\left\{\left[1-\left|\boldsymbol{u}_2'''\right|^2+\left(\boldsymbol{v}_2'\cdot\boldsymbol{u}_2'''\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}-\boldsymbol{v}_2'\cdot\boldsymbol{u}_2'''\right\}+\boldsymbol{u}_2''', \tag{18}$$

其中,

$$\boldsymbol{u}_2'''=\left(r_{1x}'+\frac{\lambda}{\Lambda}\sin\theta_2, r_{1y}'-\frac{\lambda}{\Lambda}\cos\theta_2\cos\varepsilon_2, r_{1z}'-\frac{\lambda}{\Lambda}\cos\theta_2\sin\varepsilon_2\right) \quad . \tag{19}$$

通过上述过程, 可以得到 4 种不同倾斜状态下以方向余弦形式(K,L,M)表示的出射光束指向$\boldsymbol{r}_2$、$\boldsymbol{r}_2'$、$\boldsymbol{r}_2''$和$\boldsymbol{r}_2'''$。方向余弦形式(K,L,M)可通过下面的公式变换为方位角和俯仰角(Θ,Φ)的形式:

$$\Phi=\arccos(M) \quad , \tag{20}$$

$$\Theta=\begin{cases}\arctan\left(\dfrac{L}{K}\right); & K\geqslant 0\text{且}L\geqslant 0\\ \arctan\left(\dfrac{L}{K}\right)+2\pi; & K\geqslant 0\text{且}L<0\\ \arctan\left(\dfrac{L}{K}\right)+\pi; & K<0\end{cases} \quad . \tag{21}$$

通过式 (12)~式 (21) 可得到 dLCPG 在不同倾斜下入射光束指向、光栅旋转角、光栅倾斜角与出射光束指向之间的关系式。通过这些关系式可以得到相较方向余弦方法精度更高的出射光束指向。

4　光束指向算法的仿真验证

4.1　dLCPG 在 ZEMAX 中的光学结构

光学仿真在 ZEMAX 18.9 中进行。由于在 ZEMAX 的镜片类型中衍射光栅默认具有 100% 的衍射效率, 只要令衍射级次为±1, 即可获得类似液晶偏振光栅的光学性能。故将 dLCPG 中光栅 1、2 的镜片类型设置为衍射光栅, 衍射级次分别设置为+1 和−1。此外, 在 ZEMAX 中设置工作波长 λ 为 1 064 nm, 光栅周期 Λ 为 8.222 μm, 建立理想状态下 dLCPG 的光学结构, 具体结构如图 5 所示。其中光栅 1 衍射级次为+1, 光栅 2 衍射级次为−1, 局部坐标系 x 轴正向为光栅线方向, 全局坐标系 z 轴为系统光轴, 同时也是光栅 1 和光栅 2 共同的旋转轴, 出射光束指向可由方向余弦唯一确定, 光栅 1、2 在 0°~360°范围内绕 Z 轴自由逆时针或者顺时针旋转。

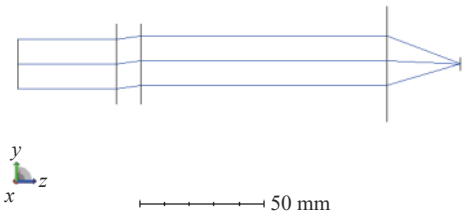


图 5　dLCPG 的光学结构

Fig. 5　The optical structure of dLCPG

通过改变衍射光栅前后坐标间的倾斜和旋转参数从而改变光栅的倾斜角和旋转轴, 得到 4 种光栅倾斜情况下的 dLCPG 仿真结果。将光栅 1、2 的倾斜角都设为 5°, 光栅 1 的旋转角设置为 50°, 光栅 2 的旋转角设置为 80°, 4 种倾斜情况下 ZEMAX 中 dLCPG 的光学仿真图如图 6~图 9 所示。

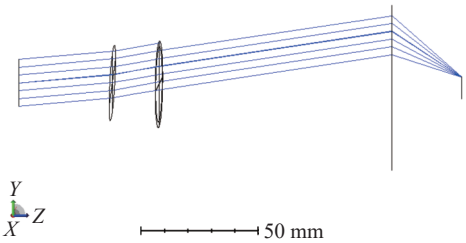


图 6　状态 1 下 dLCPG 的光学结构

Fig. 6　The optical structure of dLCPG in situation 1

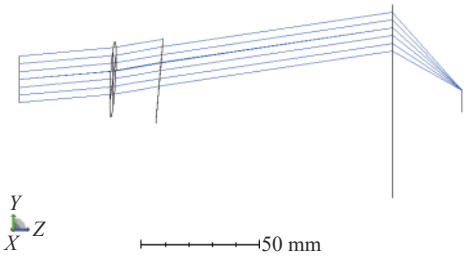


图 7　状态 2 下 dLCPG 的光学结构

Fig. 7　The optical structure of dLCPG in situation 2

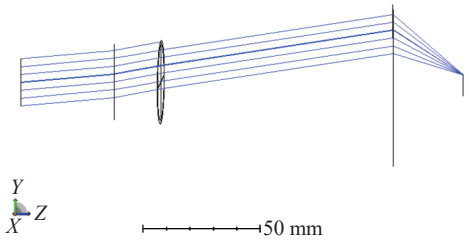


图 8 状态 3 下 dLCPG 的光学结构

Fig. 8 The optical structure of dLCPG in situation 3

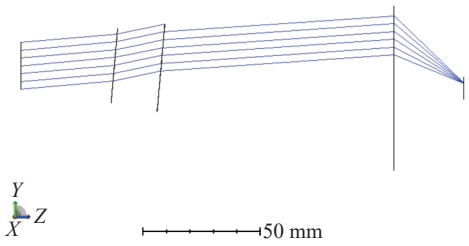


图 9 状态 4 下 dLCPG 的光学结构

Fig. 9 The optical structure of dLCPG in situation 4

4.2 仿真验证过程

通过控制变量法验证关系式的精度，并分析入射光束指向、光栅旋转角和光栅倾斜角对出射光束指向的影响。将入射光束指向、光栅旋转角和光栅倾斜角作为输入量，将出射光束的方向向量作为输出量，并分别以入射光束指向、光栅旋转角和光栅倾斜角作为变量，比较关系式与 ZEMAX 仿真中的输出量。数据处理在 MATLAB R2018b 中进行。

首先验证以光栅旋转角为变量的情况。在 ZEMAX 中设置入射光束指向为(0°, 5°)，光栅 1、2 的倾斜角为 5°。光栅 1、2 的旋转角在 0°~180°范围以 30°为步长变化，每次只变化一片光栅的旋转角。以情况 1 为例，验证结果如表 1 所示。

由表 1 可知，以光栅旋转角为变量时，该关系式与 ZEMAX 仿真的输出量完全一致，也就是说在不考虑机械误差等系统误差的情况下，正向解算公式能够得到 dLCPG 光束指向的精确解。此外，光栅 1 旋转时，出射光束指向的俯仰角Φ变化量明显小于光栅 2 旋转时的Φ变化量，这也说明了双光栅结构相较单光栅结构具有更大的观测场，符合 dLCPG 的光束指向控制原理。

接着，验证光栅倾斜角为变量的情况，令入射光束指向为(0°, 5°)，光栅 1、2 的旋转角分别为 30°和 80°，

光栅倾斜角在 0°~5°范围内以 1°为步长变化，每次只改变一片光栅的旋转角。以情况 1 为例，验证结果如表 2 所示。

表 1 光栅旋转角为变量时的验证结果

Tab. 1 Verification results when the grating's rotation angle is variable

光栅1旋转角 θ_1(°)	光栅2旋转角 θ_2(°)	关系式(rad)		仿真(rad)	
		Θ	Φ	Θ	Φ
0	0	0	0.0873	0	0.0873
30	0	5.5260	0.0959	5.5260	0.0959
60	0	4.9022	0.1159	4.9022	0.1159
90	0	4.3944	0.1380	4.3944	0.1380
120	0	3.9514	0.1563	3.9514	0.1563
150	0	3.5401	0.1680	3.5401	0.1680
180	0	3.1416	0.1720	3.1416	0.1720
0	30	0.5585	0.1242	0.5585	0.1242
0	60	0.6339	0.1919	0.6339	0.1919
0	90	0.5331	0.2569	0.5331	0.2569
0	120	0.3733	0.3086	0.3733	0.3086
0	150	0.1907	0.3415	0.1907	0.3415
0	180	0	0.3528	0	0.3528

表 2 光栅倾斜角为变量时的验证结果

Tab. 2 Verification results when the grating's tilt angle is variable

光栅1倾斜角 t_1(°)	光栅2倾斜角 t_2(°)	关系式(rad)		仿真(rad)	
		Θ	Φ	Θ	Φ
0	0	0.50004	0.22072	0.50004	0.22072
1	0	0.49900	0.22101	0.49900	0.22101
2	0	0.49784	0.22134	0.49784	0.22134
3	0	0.49656	0.22170	0.49656	0.22170
4	0	0.49515	0.22210	0.49515	0.22210
5	0	0.49363	0.22254	0.49363	0.22254
0	1	0.50007	0.22072	0.50007	0.22072
0	2	0.50028	0.22073	0.50028	0.22073
0	3	0.50065	0.22076	0.50065	0.22076
0	4	0.50119	0.22080	0.50119	0.22080
0	5	0.50190	0.22086	0.50190	0.22086

验证入射光束指向为变量时，令光栅 1、2 的旋转角分别为 30°和 80°，光栅 1、2 的倾斜角为

5°, 入射光束指向的方位角在 0°~360°范围内以 45°为步长变化, 俯仰角在 1°~5°范围内以 1°为步长变化。以状态 1 为例, 验证结果如表 3 所示。

表 3　入射光束指向为变量时的验证结果

Tab. 3　Verification results when the pointing of the incident light beam is variable

入射光束指向方位角 Θ_0(°)	入射光束指向俯仰角 Φ_0(°)	关系式(rad)		仿真(rad)	
		Θ	Φ	Θ	Φ
45	1	0.6639	0.1512	0.6639	0.1512
90	1	0.6908	0.1382	0.6908	0.1382
135	1	0.7807	0.1322	0.7807	0.1322
180	1	0.8705	0.1378	0.8705	0.1378
225	1	0.8966	0.1506	0.8966	0.1506
270	1	0.8559	0.1626	0.8559	0.1626
315	1	0.7794	0.1676	0.7794	0.1676
360	1	0.7035	0.1631	0.7035	0.1631
0	1	0.7035	0.1631	0.7035	0.1631
0	2	0.6387	0.1771	0.6387	0.1771
0	3	0.5835	0.1918	0.5835	0.1918
0	4	0.5363	0.2070	0.5363	0.2070
0	5	0.4955	0.2227	0.4955	0.2227

从表 2、表 3 可以看出, 以光栅倾斜角和入射光束指向为变量时, 关系式与 ZEMAX 仿真的输出量依旧保持一致。从表 2 可以看出光栅倾斜角对出射光束指向的影响在 mrad 量级。从表 3 可以看出, 随着入射光束指向俯仰角增大, 出射光束指向方位角逐渐减小, 出射光束指向俯仰角逐渐增大。

在之前的研究中, 方向余弦方法得到的关系式与 ZEMAX 仿真输出量之间存在 0.45mrad 左右的误差[20], 而以基于衍射光栅方程的光线追迹方法得到的关系式与 ZEMAX 仿真的输出量之间没有误差。虽然不能遍历所有数值仿真, 但通过改变光栅 1, 2 的旋转角、倾斜角以及入射光束指向进行仿真验证, 所得结果均与 ZAMAX 给出的输出量数据一致, 足以说明基于衍射光栅方程的光线追迹方法比方向余弦方法具有更高的精度。

5　光栅倾斜误差分析

5.1　误差组成及分析方法

对于 dLCPG, 由于运输、装配和振动等影响因素的存在, 使得两片光栅间存在光栅倾斜。光栅倾斜不仅对出射光束指向有影响, 还会给系统带来一定的误差, 该误差主要由调零误差和旋转误差构成。

在 dLCPG 的实际使用过程中, 需要先对系统进行调零, 使出射光束指向在 (0,0) 位置, 然后再进行其他操作。理想状态下, 当出射光束指向不在原点时, 可通过第三节推导的出射光束指向关系式进行反向解算, 得到一组光栅 1、2 的旋转角。根据得到的光栅旋转角转动光栅, 使出射光束回到原点, 此时出射光束指向为 (0,0)。如果光栅 1、2 存在倾斜角, 则调零后出射光束指向与 (0,0) 之间存在一定的差值, 该差值就是因光栅倾斜导致的调零误差。

同时, 在调零过程中, 对于同一出射光束指向, 在理想状态下和在光栅倾斜状况下通过反向解算得到的两组光栅旋转角之间同样存在一定的差值, 该差值就是因光栅倾斜导致的旋转误差。

在 3.2 节中, 得到了出射光束指向的关系式, 而关系式的反向解算同样可以实现。对式 (20) 和式 (21) 进行反推, 具体结果如下:

$$M=\cos(\Phi)\quad , \tag{22}$$

$$\begin{cases} L=\dfrac{\sqrt{1-M^2}}{1+\tan^2\Theta}, K=L\tan\Theta, & 0\leqslant\Theta\leqslant\dfrac{\pi}{2} \\ L=\dfrac{\sqrt{1-M^2}}{1+\tan^2(\Theta-2\pi)}, K=L\tan(\Theta-2\pi), & \dfrac{3\pi}{2}\leqslant\Theta\leqslant 2\pi \\ L=\dfrac{\sqrt{1-M^2}}{1+\tan^2(\Theta-\pi)}, K=L\tan(\Theta-\pi), & \dfrac{\pi}{2}<\Theta<\dfrac{3\pi}{2} \end{cases}\quad , \tag{23}$$

由式 (8)~式 (15) 可以看出, 在引入光栅倾斜角后, dLCPG 的出射光束指向表达式比较复杂, 通过数学方法反向推导很难实现, 因此通过式 (18)、式 (19) 和函数运算可以得到一组出射光束指向对应的光栅旋转角的数值解, 在此基础上分析光栅倾斜引起的误差。

5.2 调零误差的分析结果

对于理想状态下的 dLCPG，通过在 MATLAB 中的反向解算过程，输入一组合理的出射光束指向位置，即可得到一组理想状况下的光栅旋转角度 θ_1、θ_2。然后将 θ_1、θ_2 代入光栅倾斜情况下的正向解算公式，从而得到对应的出射光束指向。将光栅倾斜情况下的出射光束指向减去初始的出射光束指向即可得到不同倾斜情况下的调零误差。

系统主要参数与算法验证阶段没有变化，入射光束波长为 1064 nm，光栅周期为 8.222 μm，入射光束的方位角和俯仰角为 (0°, 5°)。由于在实际应用中对于光栅倾斜，人眼通常无法直接分辨，故令光栅 1、2 倾斜角的变化范围为 0°~0.3°，也即 0 mrad~5.2 mrad。由于光栅倾斜角和出射光束指向都是由两个变量组成的，因此，得到的调零误差是以光栅 1 的倾斜角为 X 轴，光栅 2 的倾斜角为 Y 轴，调零误差的方位角和俯仰角分别为 Z 轴的三维曲面图。以情况 1 为例，令出射光束初始指向为 (30°, 5°)，调零误差的范围如图 10，图 11 所示。

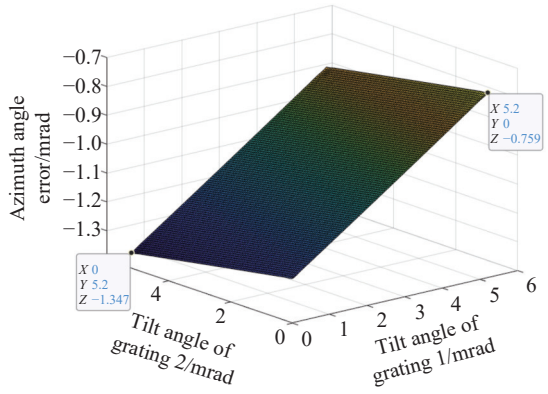


图 10 调零误差的方位角范围

Fig. 10 Range of azimuth of zeroing error

由图 10、图 11 可知，当倾斜角范围在 0.3°以内时，调零误差中的方位角误差在 2 mrad 以内，俯仰角误差在 0.25 mrad 以内。根据之前研究的精度要求，可接受的误差范围在 0.45 mrad 以内，而调零误差远大于该范围[20]。从图 10~图 11 可以看出，调零误差的方位角和俯仰角变化趋势完全相反。在光栅 1 倾斜角增大的过程中，方位角误差逐渐增大，俯仰角误差逐渐减小。而在光栅 2 倾斜角增大的过程中，方位角误差逐渐减小，俯仰角误差逐渐增大。

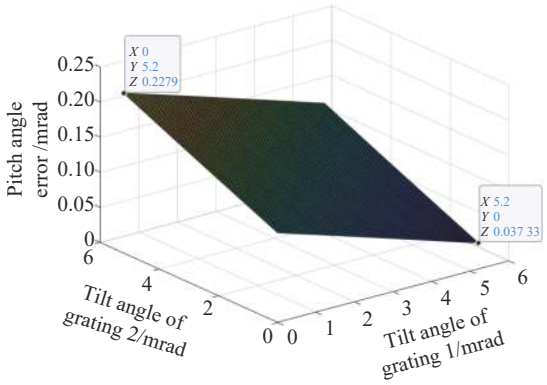


图 11 调零误差的俯仰角范围

Fig. 11 Range of pitch of zeroing error

5.3 旋转误差的分析结果

在调零误差的分析过程中可以得到理想状况下 dLCPG 的一组光栅旋转角，同理也可以得到光栅倾斜情况下的一组光栅旋转角。用倾斜情况下的光栅旋转角减去理想情况下的光栅旋转角即可得到旋转误差。

将光栅的倾斜角设为 0°~0.3°。和调零误差类似，得到的旋转误差同样是以光栅 1 的倾斜角为 X 轴，光栅 2 的倾斜角为 Y 轴，光栅 1,2 的旋转角分别为 Z 轴的三维曲面图。以情况 1 为例，假设出射光束初始指向为 (30°, 5°)，旋转误差范围如图 12、图 13 所示。

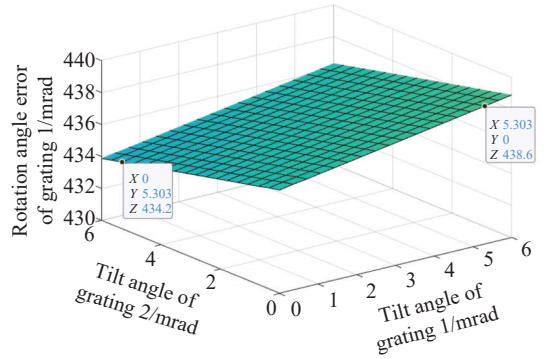


图 12 光栅 1 旋转角误差范围

Fig. 12 Range of rotation angle error of grating 1

由图 12、图 13 可知，当倾斜角的变化范围在 0.3°以内时，光栅 1 的旋转角误差在 430 mrad 左右，光栅 2 的旋转角误差在 85 mrad 左右。从图 12、图 13 中可以看出，旋转误差的方位角和俯仰角的变化趋势比较相似。在光栅 1 倾斜角增大的过程中，光栅 1 的旋转角误差也逐渐增大，光

栅 2 旋转角误差逐渐减小。而在光栅 2 倾斜角增大的过程中, 光栅 1、2 旋转角误差变化趋势与光栅 1 倾斜角变化相同。

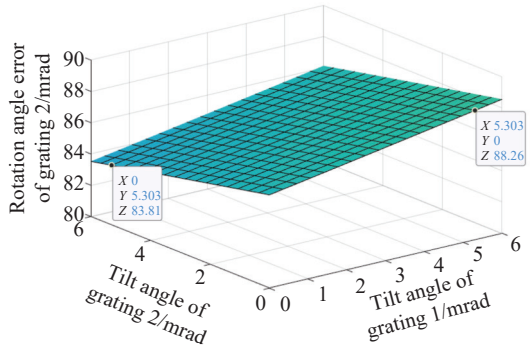


图 13　光栅 2 旋转角误差范围

Fig. 13　Range of rotation angle error of grating 2

与调零误差相比, 旋转误差量级更大, 且两者都是在系统调零过程中因光栅倾斜产生的误差, 超过了 0.45 mrad 的可接受范围。因此在 dLCPG 实际应用中, 对光栅倾斜进行检测和调整对光束指向精度非常重要。

6　结　论

本文基于衍射光栅方程的光线追迹方法, 对 dLCPG 的出射光束指向和光栅倾斜产生的误差进行了仿真分析。通过对 dLCPG 4 种光栅倾斜情况进行分析, 得到了不同情况下光栅姿态的表达式, 从而根据光线追迹方法得到了对应的出射光束指向表达式。在 ZEMAX 中利用衍射光栅模拟 LCPG 的光学性能, 建立了不同光栅倾斜情况下 dLCPG 的光学仿真。通过对比公式和光学仿真的光束指向结果, 验证了该方法的准确性, 并在此基础上分析了光栅倾斜产生的调零误差和旋转误差。仿真结果显示, 在 0°~0.3°光栅倾斜角范围内, 调零误差分别在 0.25 mrad 和 2 mrad 以内, 旋转误差分别在 85 mrad 和 430 mrad 左右。这些误差对 dLCPG 的光束指向精度有不可忽视的影响, 因此引入光栅倾斜并分析产生的误差对于 dLCPG 的工程应用有重要意义。

参考文献:

[1] BUCK J, SERATI S, HOSTING L, *et al*.. Polarization gratings for non-mechanical beam steering applications[J]. *Proceedings of SPIE*, 2012, 8395: 83950F.

[2] DILLON T E, SCHUETZ C A, MARTIN R D, *et al*.. Nonmechanical beam steering using optical phased arrays[J]. *Proceedings of SPIE*, 2011, 8184: 81840F.

[3] 王灿进, 孙涛, 李正炜. 基于快速轮廓转动力矩特征的激光主动成像目标识别[J]. 中国光学, 2015, 8(5): 775-784.
WANG C J, SUN T, LI ZH W. Target recognition in laser active imaging based on fast contour torque features[J]. *Chinese Optics*, 2015, 8(5): 775-784. (in Chinese).

[4] 王新华, 黄玮, 欧阳继红. 多探测器拼接成像系统实时图像配准[J]. 中国光学, 2015, 8(2): 211-219.
WANG X H, HUANG W, OUYANG J H. Real-time image registration of the multi-detectors mosaic imaging system[J]. *Chinese Optics*, 2015, 8(2): 211-219. (in Chinese).

[5] 郭巳秋, 许廷发, 王洪庆, 等. 改进的粒子群优化目标跟踪方法[J]. 中国光学, 2014, 7(5): 759-767.
GUO S Q, XU T F, WANG H Q, *et al*.. Object tracking method based on improved particle swarm optimization[J]. *Chinese Optics*, 2014, 7(5): 759-767. (in Chinese).

[6] 潘国涛, 闫钰锋, 于信, 等. 矩形大口径激光光束质量评价光学系统设计[J]. 中国光学, 2022, 15(2): 306-317.
PAN G T, YAN Y F, YU X, *et al*.. Design of optical system for quality evaluation of a large rectangular aperture laser beam[J]. *Chinese Optics*, 2022, 15(2): 306-317. (in Chinese).

[7] 张新荣, 王鑫, 王瑶, 等. 基于转动式二维激光扫描仪和多传感器的三维重建方法[J]. 中国光学 (中英文), 2023, 16(3): 663-672.
ZHANG X R, WANG X, WANG Y, *et al*.. 3D reconstruction method based on a rotating 2D laser scanner and multi-sensor[J]. *Chinese Optics*, 2023, 16(3): 663-672. (in Chinese).

[8] TAN L. *Liquid crystal polarization gratings and their applications*[D]. Hong Kong, China: The Hong Kong University of Science and Technology, 2013.

[9] JONES W M. *Development of switchable polarization gratings for highly efficient liquid crystal displays*[D]. Raleigh: North Carolina State University, 2006.

[10] KIM J, OH C, ESCUTI M J, *et al*.. Wide-angle nonmechanical beam steering using thin liquid crystal polarization gratings[J]. *Proceedings of SPIE*, 2008, 7093: 709302.

[11] OH C, KIM J, MUTH J F, *et al*.. A new beam steering concept: Risley gratings[J]. *Proceedings of SPIE*, 2009, 7466: 74660J.

[12] 赵志伟. 大偏转角液晶偏振光栅的研究[D]. 长春: 中国科学院大学 (中国科学院长春光学精密机械与物理研究所), 2020.
ZHAO ZH W. *Study on liquid crystal polarization grating with large deflection angle*[D]. Changchun: Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, 2020. (in Chinese).

[13] KIM J, MISKIEWICZ M N, SERATI S, *et al*.. High efficiency quasi-ternary design for nonmechanical beam-steering utilizing polarization gratings[J]. *Proceedings of SPIE*, 2010, 7816: 78160G.

[14] 李松振. 液晶偏振光栅的设计及其光偏转特性研究[D]. 长春: 中国科学院大学 (中国科学院长春光学精密机械与物理研究所), 2019.
LI S ZH. *Design of liquid crystal polarization grating and study of its beam deflection characteristics*[D]. Changchun: Changchun Institute of Optics, Fine Mechanics and Physics, Chinese Academy of Sciences, 2019. (in Chinese).

[15] 刘壮, 王启东, 王超, 等. 正交级联液晶偏振光栅角度偏转模型[J]. 光子学报, 2021, 50(11): 1105003.
LIU ZH, WANG Q D, WANG CH, *et al*.. Deflection angular model of orthogonal cascade liquid crystal polarization gratings[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2021, 50(11): 1105003. (in Chinese).

[16] 刘壮, 王启东, 史浩东, 等. 正交级联液晶偏振光栅的收发分离结构设计[J]. 红外与激光工程, 2021, 50(11): 20210551.
LIU ZH, WANG Q D, SHI H D, *et al*.. Design of transceiver separation structure for orthogonal cascaded liquid crystal polarization gratings[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2021, 50(11): 20210551. (in Chinese).

[17] 郑青泉, 王春阳, 王子硕, 等. 斜入射下液晶偏振光栅衍射特性研究[J]. 红外与激光工程, 2022, 51(7): 20210511.
ZHENG Q Q, WANG CH Y, WANG Z SH, *et al*.. Research on diffraction characteristics of liquid crystal polarization grating under oblique incidence[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2022, 51(7): 20210511. (in Chinese).

[18] SAKAMOTO M, NHAN H T, NODA K, *et al*.. Polarized beam steering using multiply-cascaded rotating polarization gratings[J]. *Applied Optics*, 2021, 60(7): 2062-2068.

[19] WANG Z SH, WANG CH Y, LIANG SH N, *et al*.. Diffraction characteristics of a non-mechanical beam steering system with liquid crystal polarization gratings[J]. *Optics Express*, 2022, 30(5): 7319-7331.

[20] WANG J, GAO L, JIANG L, *et al*.. Establishment and verification of formulas of target tracking based on dual liquid crystal polarization gratings[J]. *Optics Express*, 2022, 30(24): 43062-43077.

作者简介：

江　伦(1984—)，男，吉林长春人，博士，研究员，博士生导师，2012 年于中国科学院长春光学精密机械与物理研究所获得博士学位，主要从事光学系统设计、空间光学与空间光通信技术的研究。E-mail: jlciomp@163.com