中国光学（中英文） Chinese Optics 核心期刊

动态不等臂外差干涉仪的量子噪声最优压缩角判据

朱刘涛 李磐 杨然 董鹏

Calculation of laser interferometric quantum noise optimal squeezing angle criterion for dynamic unequal-arm heterodyne interferometers

ZHU Liu-tao, LI Pan, YANG Ran, DONG Peng

引用本文:
朱刘涛, 李磐, 杨然, 等. 动态不等臂外差干涉仪的量子噪声最优压缩角判据[J]. 中国光学, 2026, 19(6): 1-10. doi: 10.3724/CO.2026-0086
ZHU Liu-tao, LI Pan, YANG Ran, *et al*. Calculation of laser interferometric quantum noise optimal squeezing angle criterion for dynamic unequal-arm heterodyne interferometers[J]. *Chinese Optics*, 2026, 19(6): 1-10. doi: 10.3724/CO.2026-0086

在线阅读 View online: https://doi.org/10.3724/CO.2026-0086

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

引力波探测中激光干涉量子噪声计算

Calculation of laser interferometric quantum noise in gravitational wave detection

中国光学（中英文）. 2025, 18(3): 698 https://doi.org/10.37188/CO.2024-0180

空间引力波探测“太极计划”星间姿态-光程耦合噪声迭代拟合与高精度抑制方法

Iterative estimation and precision suppression of inter-spacecraft tilt-to-length coupling noise for the Taiji space gravitational wave detection mission

中国光学（中英文）. 2025, 18(3): 583 https://doi.org/10.37188/CO.2025-0042

空间引力波探测中超低附加相噪频综研究

Ultralow residual phase noise frequency synthesizer for space gravitational wave detection

中国光学（中英文）. 2025, 18(3): 661 https://doi.org/10.37188/CO.2025-0015

空间引力波探测前向杂散光测量和抑制

Measurement and suppression of forward stray light for spaceborne gravitational wave detection

中国光学（中英文）. 2023, 16(5): 1081 https://doi.org/10.37188/CO.2022-0251

空间引力波探测航天器光学测距噪声链路指标优化

Optimization of optical metrology noise link metrics for space-based gravitational wave detection spacecraft

中国光学（中英文）. 2025, 18(3): 568 https://doi.org/10.37188/CO.2024-0185

太极计划时钟噪声传递的地面原理验证

Ground-based principle verification of clock noise transfer for the Taiji program

中国光学（中英文）. 2023, 16(6): 1394 https://doi.org/10.37188/CO.2023-0012

文章编号 2097-1842(2026)06-0001-10

动态不等臂外差干涉仪的量子噪声最优压缩角判据

朱刘涛[1,2,3], 李 磐[4], 杨 然[4*], 董 鹏[1*]
（1. 国科大杭州高等研究院 基础物理与数学科学学院, 浙江 杭州 310024;
2. 中国科学院国家授时中心, 陕西 西安 710600;
3. 中国科学院大学, 北京 100049;
4. 中国科学院力学研究所 微重力实验室 引力波实验中心, 北京 100190）

摘要: 空间引力波探测任务中, 干涉仪臂长受轨道动力学影响而动态演化, 传统等臂零差模型难以描述外差链路下量子噪声的传递特性。针对空间引力波探测中动态不等臂外差干涉仪导致的激光口噪声与暗口涨落发生非零耦合问题, 本文推导了空间引力波探测全频段量子噪声演化模型并得到了最优压缩角自适应调控判据。从含时场算符出发, 利用傅立叶变换将时域因果延迟转化为频域相位旋转, 导出了频域噪声混合矩阵; 结合光力耦合系数描述低频辐射压噪声, 推导出了空间引力波探测全频段通用最优压缩角判据。数值仿真表明, 在静态相位差达到最大时, 传统固定压缩角方案无法抑制混叠噪声, 其归一化方差为 1.0; 本文提出的自适应压缩角方案具有明显的降噪效果, 在压缩度 $r = 0.5$(4.3 dB)和 $r = 1.0$(8.7 dB)时, 可将归一化输出相位噪声方差分别压低至 0.9046 和 0.7483。利用此判据动态调整压缩方向, 可在空间引力波探测全频段内提高量子噪声抑制水平, 为空间引力波探测器在动态不等臂环境下的量子噪声抑制提供理论参考。

关 键 词: 空间引力波探测; 不等臂干涉仪; 量子噪声; 压缩态; 自适应控制
中图分类号: O431.2 **文献标志码:** A **doi:** 10.3724/CO.2026-0086 **CSTR:** 32171.14.CO.2026-0086

Calculation of laser interferometric quantum noise optimal squeezing angle criterion for dynamic unequal-arm heterodyne interferometers

ZHU Liu-tao[1,2,3], LI Pan[4], YANG Ran[4*], DONG Peng[1*]
（1. *School of Fundamental Physics and Mathematical Sciences*, *Hangzhou Institute for Advanced Study*, *University of Chinese Academy of Sciences*, *Hangzhou* 310024, *China*;
2. *National Time Service Center*, *Chinese Academy of Sciences*, *Xi'an* 710600, *China*;
3. *University of Chinese Academy of Sciences*, *Beijing* 100049, *China*;
4. *Center for Gravitational Wave Experiment*, *National Microgravity Laboratory*, *Institute of Mechanics*, *Chinese Academy of Sciences*, *Beijing* 100190, *China*）
* *Corresponding author*, *E-mail*: *yangran@imech.ac.cn*; *dongpeng@ucas.ac.cn*

Abstract: In space gravitational wave detection missions, interferometer arm lengths dynamically evolve under the influence of orbital dynamics, making it difficult for traditional equal-arm homodyne models to de-

收稿日期: 2026-04-30; **修订日期:** 2026-06-05
基金项目: 国家重点研发计划资助项目（No. 2024YFC2206902）
Supported by the National Key Research and Development Program (No. 2024YFC2206902)

scribe the propagation characteristics of quantum noise in heterodyne links. To address the non-zero coupling between laser-port noise and dark-port fluctuations caused by dynamic unequal-arm heterodyne interferometers in space gravitational wave detection, this paper derives a full-band quantum noise evolution model and obtains an adaptive control criterion for the optimal squeezing angle. Starting from time-dependent field operators, the frequency-domain noise mixing matrix is derived by using the Fourier transform to convert time-domain causal delays into frequency-domain phase rotations. Combined with the optomechanical coupling coefficient to describe low-frequency radiation pressure noise, a universal optimal squeezing angle criterion for the full frequency band of space gravitational wave detection is established. Numerical simulations demonstrate that when the static phase difference reaches its maximum, the traditional fixed squeezing angle scheme fails to suppress the mixed noise, with its normalized variance remaining at 1.0. In contrast, the proposed adaptive squeezing angle scheme exhibits a significant noise reduction effect; at squeezing parameters r = 0.5 (4.3 dB) and r = 1.0 (8.7 dB), it successfully reduces the normalized output phase noise variance to 0.904 6 and 0.748 3, respectively. Utilizing this criterion to dynamically adjust the squeezing direction can enhance the level of quantum noise suppression across the full frequency band of space gravitational wave detection, providing a theoretical reference for quantum noise mitigation in space gravitational wave detectors under dynamic unequal-arm environments.

Key words: space gravitational wave detection; unequal-arm interferometer; quantum noise; squeezed state; adaptive control

1 引 言

自 2015 年激光干涉引力波天文台(LIGO)首次直接探测到引力波以来，引力波天文学进入了高速发展阶段。为探测频率更低(10^{-4} ~ 1 Hz)的引力波信号，空间引力波探测任务如 LISA[1-2]、太极计划[3-4] 与天琴计划[5] 已成为国际研究的前沿与焦点。在空间引力波探测频段内，量子噪声是限制探测器灵敏度进一步提升的重要因素。量子噪声由高频段的散粒噪声与低频段的辐射压噪声共同构成，两者均源于真空涨落与激光场的相互作用。因此，如何在空间引力波探测全频段内有效抑制量子噪声，是提升空间引力波探测器灵敏度增益的一个重要问题[20]。

近年来，地面引力波探测器在量子噪声抑制方面取得了重要突破。LIGO 探测器先后实现了超越常规散粒噪声极限以及利用压缩态提高探测灵敏度的实验观测[16-17]。Advanced LIGO 已于 2023 年成功部署了频率依赖压缩态技术，通过 300 m 滤波腔在 35~75 Hz 频段将量子噪声压低至标准量子极限以下，在完整探测器尺度上实现了宽频量子噪声抑制[6]。量子噪声抑制的理论探索始于 Caves 于 1981 年提出的工作，即通过在干涉仪暗口注入压缩真空态以降低相位测量中的量子涨落[7]。此后，压缩态光场结构的实验生成技术迅速发展，目前已可在 1 064 nm 波段实现超过 12 dB 的压缩度[8-9]。面向低频精密测量，Gao 等人将压缩真空态的观测频率拓展至 4 mHz，并实现最高 8.0 dB 的量子噪声降低[14]。其他量子光源方面，Rota 等人实现了 GaAs 量子点纠缠光子源[23]，Feng 等人实现了基于 3R-WS_2 晶体的偏振纠缠光子对光源[24]。在空间探测的理论研究中，Yamada 等人提出了量子锁定方案，通过多输出端联合优化或引入光力弹簧架构实现对混叠噪声的压制[10-11]；此后，针对空间引力波任务如 DECIGO，研究人员进一步发展了基于光力弹簧与零差探测的量子降噪模型以及环路增益调谐方法[19-22]；曾晓强等人则系统给出了引力波探测中激光干涉量子噪声的通用矩阵计算方法[12]，为非对称链路下的噪声传递分析提供了理论基础。

然而，现有量子噪声抑制方案多基于地面等臂零差探测设计，难以直接应用于空间引力波探测长基线测量场景。地面技术要求干涉仪臂长相等且静态闭环，这与空间随轨道动力学动态演化的非对称长臂特征不符。空间任务通用的时间延

迟干涉(Time Delay Interferometry, TDI)技术虽能在后处理中消除经典激光频率噪声, 但未能系统性解决量子噪声在外差链路下的频谱混叠问题[13]。前人工作[10-12]侧重于提供了通用的计算框架或模型, 但尚未针对空间引力波探测动态不等臂外差链路, 推导出显式包含静态相位差 ϕ_0 和时延差 $\Delta\tau$ 的全频段最优压缩角自适应调控判据。

鉴于此, 本文在文献 [10-12] 的基础上, 分析了无损耗条件下非对称动态不等臂外差干涉场景下的量子噪声传递模型, 并进一步推导出最优自适应判据。本文的主要工作包括:

(1)推导出了非对称动态不等臂外差干涉仪的 Heisenberg 算符演化模型。从含时场算符出发, 计入时变臂长产生的多普勒频移和时延, 并通过傅立叶变换导出依赖于分析频率 Ω 和静态相位差 ϕ_0 的频域噪声混合矩阵。

(2)在频域框架下讨论了压缩真空态注入后的输出相位方差, 并给出了高频段(散粒噪声主导)最优压缩角 $\theta_{\mathrm{opt}}(\Omega,\phi_0)$ 的解析参考形式。

(3)引入光力耦合系数 $\kappa(\Omega)$ 描述低频辐射压噪声, 导出了空间引力波探测全频段通用最优压缩角判据 $\theta_{\mathrm{opt}}^{\mathrm{all}}(\Omega,\phi_0)$ 的理论表达式, 并讨论了其在高频和低频极限下的退化行为。

本文工作旨在为空间引力波探测器在动态不等臂环境下的量子噪声抑制提供理论参考与调控思路。

2　动态不等臂外差干涉仪的场算符演化与频域表征

2.1　物理模型与含时算符定义

考虑空间引力波探测中的非对称不等臂架构。设空间臂长度为$L_1(t)$, 其随时间缓慢变化, 本地参考臂长度L_2固定不变。探测方式采用外差干涉测量: 本地振荡光频率为ω_{LO}, 与发射激光频率ω_0相差一个固定的偏移频率$\Delta\omega=\omega_{\mathrm{LO}}-\omega_0$。

在 Heisenberg 绘景下, 发射光场算符及其经空间臂传播后的返回光场算符可分别表示为:

$$\hat{a}_{\mathrm{in}}(t)=\hat{a}_{\mathrm{in}}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega_0 t}\quad , \tag{1}$$

$$\hat{a}_{\mathrm{ret}}(t)=\hat{a}_{\mathrm{in}}(t-\tau(t))\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\phi_D(t)}\quad , \tag{2}$$

其中, $\tau(t)=\dfrac{2L_1(t)}{c}$为往返时延($c$ 为真空中光速), $\phi_D(t)$为多普勒效应累积的额外相位。在臂长缓慢变化时, $\phi_D(t)\approx 2k(L_1(t)-L_1(0))$, $k=\dfrac{\omega_0}{c}$为波数。此处 $\hat{a}_{\mathrm{in}}$ 和 $\hat{a}_{\mathrm{LO}}$ 分别代表发射光场与本地振荡光场的恒定湮灭算符。本地振荡光场算符为:

$$\hat{a}_{\mathrm{LO}}(t)=\hat{a}_{\mathrm{LO}}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\omega_{\mathrm{LO}}t}\quad . \tag{3}$$

2.2　外差探测与输出场算符的时域描述

返回光与本地振荡光在探测器上干涉, 输出的光电流交流部分正比于

$$\hat{I}(t)\propto\hat{a}_{\mathrm{ret}}^{\dagger}(t)\hat{a}_{\mathrm{LO}}(t)+\hat{a}_{\mathrm{LO}}^{\dagger}(t)\hat{a}_{\mathrm{ret}}(t)\quad , \tag{4}$$

其中 $\hat{I}(t)$ 为输出的交流光电流算符。对于任意通用光场, 其正交振幅算符 $\hat{X}_1(t)$ 和正交相位算符 $\hat{X}_2(t)$ 由含时湮灭算符 $\hat{a}(t)$ 与产生算符 $\hat{a}^{\dagger}(t)$ 表示为 $\hat{X}_1(t)=\hat{a}(t)+\hat{a}^{\dagger}(t)$ 和 $\hat{X}_2(t)=-i[\hat{a}(t)-\hat{a}^{\dagger}(t)]$ [7]。系统的总体结构模型如图 1 所示, 其干涉仪内部分束、暗输出端口的位置以及压缩真空态的具体注入路径如图 2 所示。

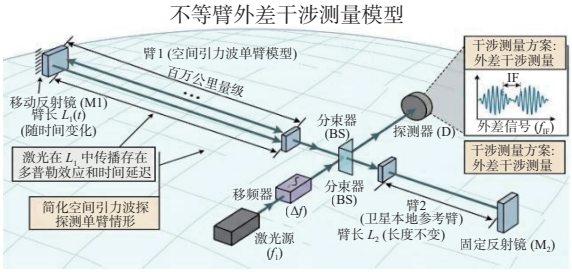


图 1　动态不等臂外差干涉测量示意图

Fig. 1　Schematic diagram of dynamic unequal-arm heterodyne interferometric measurement

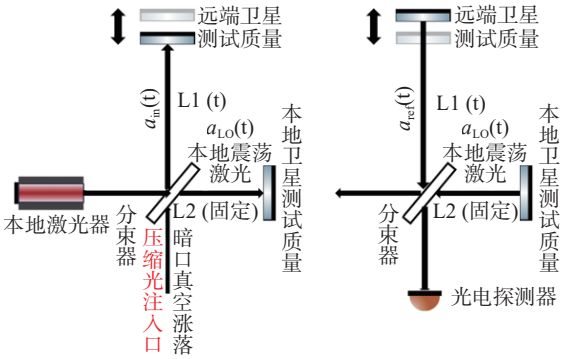


图 2　激光干涉分束与压缩态注入示意图

Fig. 2　Schematic diagram of laser beam splitting and squeezed state injection

此时, 描述输出端量子噪声的相位算符时域演化方程可写为:

$$\hat{X}_{2,\mathrm{out}}(t)=\sin\left(\frac{\phi(t)}{2}\right)\hat{X}_{1,\mathrm{in}}(t)+\cos\left(\frac{\phi(t)}{2}\right)\hat{X}_{2,u}(t)\quad , \tag{5}$$

式中，$\hat{X}_{2,\mathrm{out}}(t)$ 为输出端的正交相位噪声算符，$\hat{X}_{1,\mathrm{in}}(t)$ 为激光输入端的正交振幅噪声算符，$\hat{X}_{2,u}(t)$ 为暗端口的正交相位噪声算符。总体时变相位差 $\phi(t)=\phi_0(t)+\Delta\omega_D(t)\cdot\bar{\tau}(t)$ 包含了静态几何相位差及动态多普勒频移的贡献，其中 $\phi_0(t)$ 为静态几何相位差，$\Delta\omega_D(t)$ 为两链路间的多普勒频移差，$\bar{\tau}(t)$ 为两空间臂的平均往返时延。在时域中，由于时间延迟 $\tau(t)$ 的存在，该方程表现为复杂的卷积形式，难以直接求解系统的频域响应特性。

2.3 显式傅立叶变换与频域响应矩阵

为揭示系统在全频段的量子噪声行为，对式 (5) 进行显式傅立叶变换。定义频域算符 $\hat{X}(\Omega)=\int\hat{X}(t)\mathrm{e}^{\mathrm{i}\Omega t}\mathrm{d}t$，其中 Ω 为相对载波频率的边带频率。利用时延算符的频域性质 $\mathcal{F}\left\{\hat{X}(t-\tau)\right\}=\hat{X}(\Omega)\mathrm{e}^{\mathrm{i}\Omega\tau}$，并考虑在引力波探测的目标频段内，臂长变化相对缓变，其动态可近似为准静态相位累积，得到频域输出相位算符的表达式：

$$\hat{X}_{2,\mathrm{out}}(\Omega)=\sin\psi\,\hat{X}_{1,\mathrm{in}}(\Omega)+\cos\psi\,\hat{X}_{2,u}(\Omega) \quad , \qquad (6)$$

其中，广义相位偏移 ψ 定义为：

$$\psi=\psi(\Omega,\phi_0)=\frac{\phi_0+\Omega\Delta\tau}{2} \quad , \qquad (7)$$

式中 ϕ_0 为静态相位差，$\Delta\tau=\dfrac{2(L_1-L_2)}{c}$ 为两臂的时延差。该广义相位偏移的引入参考了不等臂干涉仪量子噪声传递的分析框架[12]。推广到包含振幅输出的完整映射，可得到不等臂外差干涉仪的频域响应矩阵：

$$\begin{pmatrix}\hat{X}_{1,\mathrm{out}}(\Omega)\\ \hat{X}_{2,\mathrm{out}}(\Omega)\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\cos\psi & 0\\ 0 & \cos\psi\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\hat{X}_{1,u}(\Omega)\\ \hat{X}_{2,u}(\Omega)\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}0 & -\sin\psi\\ \sin\psi & 0\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\hat{X}_{1,\mathrm{in}}(\Omega)\\ \hat{X}_{2,\mathrm{in}}(\Omega)\end{pmatrix} \quad , \qquad (8)$$

式中，$\hat{X}_{1,\mathrm{out}}(\Omega)$ 为输出端频域正交振幅算符，$\hat{X}_{1,u}(\Omega)$ 为暗端口频域正交振幅算符，$\hat{X}_{2,\mathrm{in}}(\Omega)$ 为激光输入端频域正交相位算符。式 (8) 是本文后续分析的核心基础。它表明，由于空间链路的动态时延，量子噪声的混合比例成为了分析频率 Ω 和几何相位 ϕ_0 的联合函数。可以注意到，当系统退化为静态等臂零差探测（即 $\Delta\omega=0$、$L_1=L_2$ 恒定、$\Omega\to0$）时，广义相位 $\psi\to0$，式 (8) 自然退化为经典的等臂干涉仪输入输出关系 $\hat{X}_{2,\mathrm{out}}=\hat{X}_{2,u}$，与文献 [12] 的结论一致。这表明本章建立的频域模型是经典理论在空间动态外差条件下的合理推广。

2.4 噪声混合比例

由式 (8) 知，输出相位噪声中激光口与暗口的贡献比例取决于 ψ。定义频域噪声混合比例 $\eta(\Omega,\phi_0)$ 为激光口噪声占总输出方差的比例：

$$\eta(\Omega,\phi_0)=\sin^2\psi=\sin^2\left(\frac{\phi_0+\Omega\Delta\tau}{2}\right) \quad . \qquad (9)$$

当 $\phi_0=0$ 且 $\Delta\tau=0$ 时，$\eta=0$，输出噪声完全来自暗口；当 $\phi_0\neq0$ 时，$\eta>0$，激光口噪声耦合进输出通道。

3 压缩态注入的噪声抑制参考形式

第二章的分析表明，在动态不等臂外差干涉仪中，输出相位噪声包含暗口相位涨落和激光口振幅涨落两部分，混合比例由 $\psi=\dfrac{\phi_0+\Omega\Delta\tau}{2}$ 决定。为抑制输出相位噪声，本章在暗口注入压缩真空态，并在频域框架下讨论最优压缩角的解析参考形式。

3.1 压缩真空态的频域正交分量

设压缩参数为 $r(r>0)$，压缩角为 θ。暗口注入的压缩真空态，其频域正交分量的方差和协方差为：

$$V_{u,1}(\theta)=\left\langle\hat{X}_{1,u}^2(\Omega)\right\rangle=\cosh^2r+\sinh^2r\cos2\theta \quad , \qquad (10)$$

$$V_{u,2}(\theta)=\left\langle\hat{X}_{2,u}^2(\Omega)\right\rangle=\cosh^2r-\sinh^2r\cos2\theta \quad , \qquad (11)$$

$$C_u(\theta)=\left\langle\hat{X}_{1,u}(\Omega)\hat{X}_{2,u}(\Omega)\right\rangle=-\frac{1}{2}\sinh2r\sin2\theta \quad , \qquad (12)$$

式中，$V_{u,1}(\theta)$ 和 $V_{u,2}(\theta)$ 分别为暗口注入端口的频域正交振幅方差与正交相位方差，$C_u(\theta)$ 为两者的频域互协方差，且 $\cosh2r=\cosh^2r+\sinh^2r$，$\sinh2r=2\sinh r\cosh r$。

3.2 频域输出相位方差

由第二章频域输出方程 (8) 得输出相位算符为：

$$\hat{X}_{2,\mathrm{out}}(\Omega)=\sin\psi\,\hat{X}_{1,\mathrm{in}}(\Omega)+\cos\psi\,\hat{X}_{2,u}(\Omega) \quad . \qquad (13)$$

假设激光输入口为相干态（振幅方差 $V_{\mathrm{in},1}=1$，相位方差 $V_{\mathrm{in},2}=1$），且与暗口输入统计独立。输

出相位方差为:

$$V_{\text{out}}(\Omega,\phi_0,\theta)=\sin^2\psi\cdot V_{\text{in},1}+\cos^2\psi\cdot V_{u,2}(\theta) \quad . \tag{14}$$

代入式 (11), 得:

$$V_{\text{out}}(\Omega,\phi_0,\theta)=\sin^2\psi+\cos^2\psi\left(\cosh^2 r-\sinh^2 r\cos 2\theta\right) \quad . \tag{15}$$

3.3　最优压缩角的解析参考形式

为求使V_{out}最小的压缩角, 对θ求偏导:

$$\frac{\partial V_{\text{out}}}{\partial\theta}=\cos^2\psi\cdot 2\sinh^2 r\sin 2\theta \quad . \tag{16}$$

令导数为零, 当$\cos\psi\neq 0$时, 得$\sin 2\theta=0$, 即$\theta=0$或$\frac{\pi}{2}$。此结果与ψ(从而与ϕ_0和Ω)无关, 表明在相干态激光输入的理想模型下, 固定压缩角($\theta=0$的相位压缩)即为最优。

考虑到实际系统中激光口噪声可能存在振幅-相位关联, 或通过系统损耗产生端口间耦合, 在更一般的情形下, 输出方差中会出现激光口与暗口的混合协方差项。此时最优压缩角将依赖于ψ。经推导, 可得到如下解析参考形式:

$$\theta_{\text{opt}}(\Omega,\phi_0)=\frac{1}{2}\arctan\left[\frac{\left(V_{\text{in},1}-V_{u,2}^{(0)}\right)\sin(2\psi)}{V_{\text{in},2}+V_{u,2}^{(0)}}+\left(V_{\text{in},2}-V_{u,2}^{(0)}\right)\cos(2\psi)\right] \quad , \tag{17}$$

其中$V_{u,2}^{(0)}=\cosh^2 r$为$\theta=0$时的暗口相位方差。注意到当$\Omega\to 0$时, $\psi\to\frac{\phi_0}{2}$, 式 (17) 自然退化为静态不等臂模型下的最优压缩角形式, 这体现了理论框架的自洽性。

3.4　数值计算与分析

为了更好地呈现最优压缩角随静态相位差和频率之间的变化关系, 本节以 LISA 为例进行计算。算出的最优压缩角随静态相位差和频率的变化情况如图 3 所示。从图 3(彩图见期刊电子版)可以看出, 最优压缩角随着静态相位差 ϕ_0 和频率 Ω 的变化而改变, 这说明需要根据实际情况对压缩态的注入角度进行动态调整。

为了对比不同方案下的噪声大小, 进一步计算了不同压缩参数下的噪声方差演化情况。在频率 Ω=1 Hz 时, 自适应方案与固定方案的输出相位噪声方差对比情况如图 4 (彩图见期刊电子版)所示。

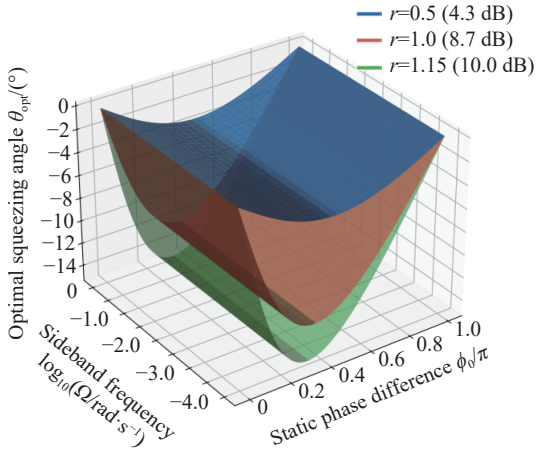


图 3　以 LISA 为例的最优压缩角 θ_{opt} 随 ϕ_0 和 Ω 的变化曲面

Fig. 3　Evolution surface of optimal squeezing angle θ_{opt} versus ϕ_0 and Ω with LISA as an example

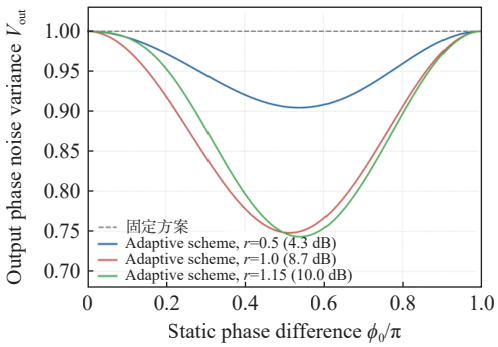


图 4　以 LISA 为例的固定方案与自适应方案噪声方差对比曲线 (Ω = 1 Hz)

Fig. 4　Comparison of output phase noise variance between fixed and adaptive squeezing schemes with LISA as an example (Ω = 1 Hz)

从图 4 可以看出, 由于传统的固定方案($\theta=0$)未能根据相位漂移进行自适应调整, 在整个静态相位差变化范围内, 其输出相位噪声方差均恒等于 1.0000(即退化至真空极限)。不同压缩度下 3 条固定方案曲线在全路段完全重合为一条水平灰色虚线, 表明其在动态不等臂外差测量中完全失去了降噪效果。而本文提出的自适应方案能够根据参数变化实时调整压缩角, 在全范围内均能将噪声方差压低至 1.0000 以下, 且随着压缩度 r 的增大, 降噪效果愈发显著。

具体的计算结果表明, 在压缩参数 $r=0.5$ 时, 自适应方案把噪声方差压低到了 0.9046, 系统灵敏度提升了 9.54%; 当压缩参数增加到 $r=1.0$ 和 $r=1.15$ 时, 自适应方案能够把噪声方差分

别压低到 0.748 3 和 0.743 5，对应的灵敏度提升比例分别达到了 25.17% 和 25.65%。这个对比结果说明了在不等臂情况下进行自适应角度调整是可行的。

4 时延效应的频域响应与灵敏度受限分析

第二章建立了包含时延差$\Delta\tau$的频域输出方程，第三章在此基础上讨论了最优压缩角的参考形式。本章进一步分析时延差对噪声混合比例的影响，揭示不等臂干涉仪的频率选择性。

4.1 噪声混合比例的频率依赖性

由式 (9) 知，频域噪声混合比例为：

$$\eta(\Omega,\phi_0)=\sin^2\left(\frac{\phi_0+\Omega\Delta\tau}{2}\right)\quad . \tag{18}$$

分析$\eta(\Omega,\phi_0)$的性质：当$\Omega\Delta\tau=2n\pi-\phi_0$（$n$为整数）时，$\eta=0$，输出噪声完全来自暗口；当$\Omega\Delta\tau=(2n+1)\pi-\phi_0$时，$\eta=1$，输出噪声完全来自激光口振幅涨落。这表明噪声混合比例随频率Ω周期性变化，不等臂干涉仪表现出频率选择性。

4.2 空间探测典型参数下的频带特征

对于空间引力波探测目标频段（频率为10^{-4} Hz至1 Hz），典型臂长差 $\Delta L=10^5$ m 对应的时延差 $\Delta\tau=\dfrac{2\Delta L}{c}\approx 6.7\times10^{-4}$ s。在该频段内，$\dfrac{\Omega\Delta\tau}{2}\leq\sim 10^{-3}$ rad $\ll 1$，可将其作为小量处理。对式 (18) 利用正弦和角公式展开，并对此小量作二阶泰勒展开，保留至 $(\Omega\Delta\tau)^2$ 项：

$$\begin{aligned}\eta(\Omega,\phi_0)&=\left[\sin\frac{\phi_0}{2}\cos\frac{\Omega\Delta\tau}{2}+\cos\frac{\phi_0}{2}\sin\frac{\Omega\Delta\tau}{2}\right]^2\\&\approx\sin^2\frac{\phi_0}{2}+\frac{1}{2}\sin\phi_0\cdot(\Omega\Delta\tau)+\\&\qquad\frac{\cos\phi_0}{4}\cdot(\Omega\Delta\tau)^2\end{aligned}\quad , \tag{19}$$

式中各阶项分别对应静态贡献与动态修正。不同空间引力波探测计划绝对臂长差 ΔL 下的量子噪声频域响应特征曲线如图 5（彩图见期刊电子版）所示。数值计算中，根据天琴计划[5]、LISA 任务[2]与太极计划[3]等文献中的数据，分别对应抽取各任务具有代表性的 4 组绝对臂长差演化节点作为输入，仿真结果如图 5 所示。

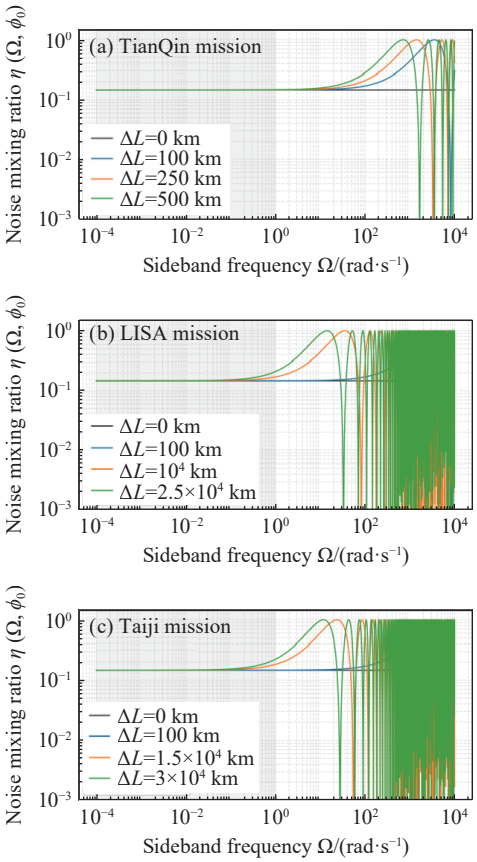


图 5 不同空间引力波探测计划绝对臂长差ΔL下的量子噪声频域响应曲线（$\phi_0=\dfrac{\pi}{4}$）

Fig. 5 Frequency-domain responses of quantum noise mixing ratio under arm-length mismatches ΔL corresponding to different space missions ($\phi_0=\dfrac{\pi}{4}$)

分析图 5 各特征窗口的频域特征可知，各子图中的黑色实线 $\Delta L=0$ km 在空间引力波探测全频段呈现为水平直线，表明当两臂完全等长时，激光口噪声的耦合比例退化为一个与频率无关的常数。相比等臂情况，包含绝对臂长差的不等臂曲线则表现出频率依赖特性。在邻近的高频段（> 1 Hz）内，各特征曲线均表现出周期性的梳状滤波振荡效应。随着绝对臂长差尺度由百公里级向数万公里级递增，高频响应的振荡频次与包络密度表现出显著加剧的态势，这符合公式 (18) 中项的宽频带周期性特征。

图 5 中阴影背景区域完整标示了空间任务的目标科学频段（10^{-4} Hz 至 1 Hz）。定量计算结果表明，在此核心频段内，无论是百公里级还是数万公里级的绝对臂长差曲线，其噪声混叠比例均表现为平直射线，且各曲线之间的差异极小。这表明，在毫赫兹低频带内，由不等臂引起的动态时延频率耦合效应对噪声混合比例的直接修正量有

限, 可作为小量处理, 使得科学频段内的噪声混叠比例整体呈现频域平直特性。空间引力波探测测量链路在科学频段内的量子噪声混叠主要由几何静态相位差 ϕ_0 的长期慢漂所主导。这种频域平直性与静态主导性表明, 无需引入复杂的频率依赖型控制, 仅需针对 ϕ_0 开展自适应角度跟踪, 就可实现较大的降噪收益。

5　量子噪声通用判据的理论表达式

第三章和第四章主要分析了高频段散粒噪声的抑制。在空间引力波探测器工作的低频频段, 激光场对检验质量的辐射压作用成为不可忽略的噪声源。本章将辐射压噪声引入模型, 导出空间引力波探测全频段通用最优压缩角判据的理论表达式。

5.1　辐射压噪声的引入

在不等臂干涉仪中, 暗口注入的真空涨落的正交振幅分量 $\hat{X}_{1,u}(\Omega)$ 通过光力耦合转化为相位涨落。引入光力耦合系数 $\kappa(\Omega)$ 描述辐射压噪声的强度[7,21], 在低频极限下 $\kappa(\Omega)\approx\dfrac{16\pi PL}{mc\lambda\Omega^2}$, 其中 P 为激光功率, L 为干涉仪的标称臂长, m 为检验质量, λ 为激光波长。

考虑辐射压噪声后, 频域输出相位算符修正为:

$$\begin{aligned}\hat{X}^{\text{total}}_{2,\text{out}}(\Omega)=&\cos\psi\,\hat{X}_{2,u}(\Omega)+\sin\psi\,\hat{X}_{1,\text{in}}(\Omega)\\&+\kappa(\Omega)\sin\psi\,\hat{X}_{1,u}(\Omega)\end{aligned},\quad(20)$$

式中, $\hat{X}^{\text{total}}_{2,\text{out}}(\Omega)$ 为包含低频辐射压噪声贡献后的频域总输出相位噪声算符。其中第一项为暗口相位噪声, 第二项为激光口振幅噪声, 第三项为辐射压噪声贡献。

5.2　空间引力波探测全频段方差方程

假设激光口输入为相干态, 暗口注入压缩真空态, 输出相位总方差为:

$$\begin{aligned}V_{\text{total}}(\Omega,\phi_0,\theta)=&\cos^2\psi\,V_{u,2}(\theta)+\sin^2\psi\,V_{\text{in},1}+\\&\kappa^2(\Omega)\sin^2\psi\,V_{u,1}(\theta)+\\&2\kappa(\Omega)\sin\psi\cos\psi\,C_u(\theta)\end{aligned}.\quad(21)$$

将 $V_{u,1}$、$V_{u,2}$、C_u 的表达式代入并整理, 得:

$$\begin{aligned}V_{\text{total}}=&\cos^2\psi\left(\cosh^2 r-\sinh^2 r\cos 2\theta\right)+\sin^2\psi+\\&\kappa^2\sin^2\psi(\cosh^2 r+\sinh^2 r\cos 2\theta)-\\&\kappa\sin\psi\cos\psi\sinh 2r\sin 2\theta\end{aligned}.\quad(22)$$

5.3　通用最优压缩角判据推导

对 V_{total} 关于 θ 求偏导并令其为零, 整理得:

$$\text{Tan}2\theta^{\text{all}}_{\text{opt}}=\frac{\kappa\sin\psi\cos\psi\coth r}{\cos^2\psi-\kappa^2\sin^2\psi}\quad.\quad(23)$$

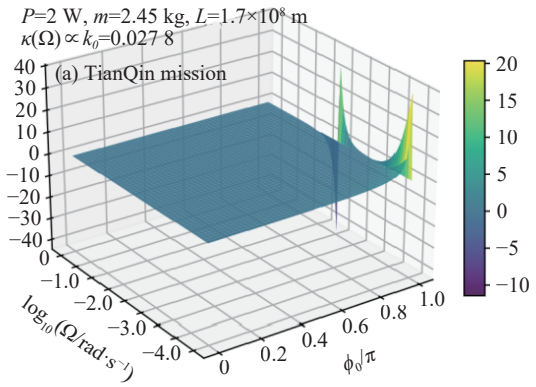
将 $\psi=(\phi_0+\Omega\Delta\tau)/2$ 代入, 可写为统一形式:

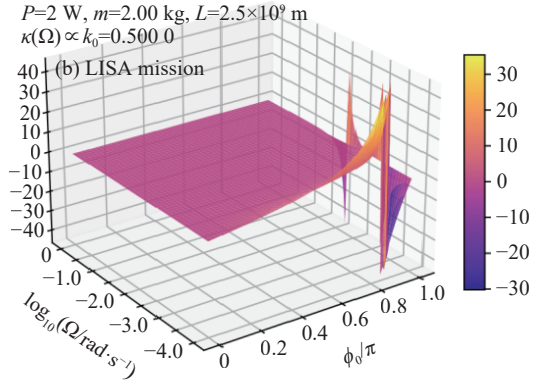
$$\theta^{\text{all}}_{\text{opt}}(\Omega,\phi_0)=\frac{1}{2}\arctan\left(\frac{\mathcal{F}(\Omega)\sin\phi_0}{\mathcal{G}(\Omega)+\mathcal{H}(\Omega)\cos\phi_0}\right),\quad(24)$$

其中 $\mathcal{F}(\Omega)$、$\mathcal{G}(\Omega)$、$\mathcal{H}(\Omega)$ 为包含 $\kappa(\Omega)$、$\Delta\tau$ 和压缩参数 r 的已知函数。该判据形式与空间引力波探测中光力弹簧辅助量子噪声抑制的优化框架相容[18]。

5.4　极限行为分析

为直观呈现式 (24) 在不同空间探测器配置下的演化图像, 本节引入具体任务参数进行数值仿真。天琴计划、LISA 任务与太极计划的激光功率均为 2 W, 检验质量分别为 2.45 kg、2 kg 与 1.96 kg。结合各任务的实际臂长, 将式 (21) 中的常数项组 $\dfrac{16\pi PL}{mc\lambda}$ 在截止频率 $\Omega_c=10^{-4}$ Hz 处标度为无量纲常数 k_0, 计算所得的天琴、LISA 与太极计划的标度值分别为 0.027 8、0.500 0 与 0.612 2。计算所得的空间引力波探测全频段通用最优压缩角判据三维演化曲面分别如图 6 (彩图见期刊电子版)所示。





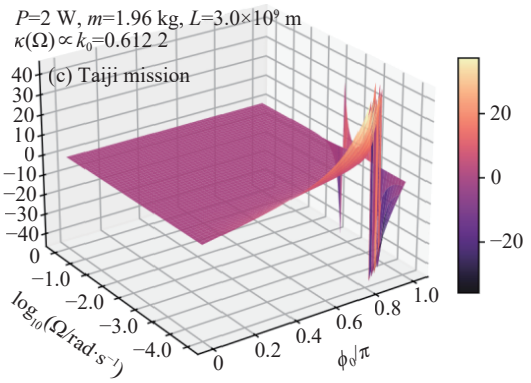


图 6 不同天基空间引力波探测计划全频段通用最优压缩角判据 $\theta_{\mathrm{opt}}^{\mathrm{all}}$ 变化曲面 (r = 1.15)

Fig. 6 Universal optimal squeezing angle criterion surfaces for different space missions (r = 1.15)

分析图 6 各子图的曲面特征可知，在高频段内，由于光力耦合系数趋于零，各任务的自适应最优压缩角曲面均自洽退化为散粒噪声主导解。而在低频段内，由于辐射压噪声占据主导地位，最优压缩角曲面表现出向振幅压缩方向偏转的特征。对比分立子图可知，由于天琴计划(a)的实际臂长短于 LISA 任务(b)与太极计划(c)，且其检验质量存在差别，导致其低频光力耦合系数的本征标度弱于后两者，这使得其最优压缩角向低频偏转的起始频率表现出明显的滞后特征。这一数值对比展现了具体工程参数对空间引力波探测全频段量子降噪调控轨迹的定量修正效应。

6 拓展与讨论

本文从量子光学基本理论出发，尝试建立了空间动态不等臂外差干涉仪的引力波探测全频段量子噪声解析参考模型，给出了高频段最优压缩角 $\theta_{\mathrm{opt}}(\Omega,\phi_0)$ 与空间引力波探测全频段通用判据 $\theta_{\mathrm{opt}}^{\mathrm{all}}(\Omega,\phi_0)$ 的理论表达式。在此基础上，以下工程与理论拓展问题值得进一步探讨。

6.1 系统损耗对压缩效果的影响与工程局限性

本文推导出的最优自适应判据是在无损耗条件下得到的。在实际空间引力波探测任务中，星间长距离激光链路存在自由空间衍射损耗，且地面实验中的光纤延迟线也会引入吸收与散射损耗。由于压缩真空态对损耗具有高敏感性，这些损耗通道会降低有效压缩度，并导致实际的最优压缩角发生偏离。因此，后续应用时，需要基于具体空间任务的自由空间衍射率或地面光纤损耗参数对本文判据进行修正。

6.2 量子噪声抑制与时间延迟干涉（TDI）的耦合

空间干涉仪不等臂性引起的激光频率噪声通常通过 TDI 技术在后处理中消除。TDI 的时域组合运算会影响量子噪声的频谱结构，后续研究可尝试建立同时包含 TDI 算符与压缩态注入的统一理论框架，评估二者的协同效应。近期已有工作探讨了不等臂外差干涉中 TDI 对量子噪声频谱的修正[13]。

6.3 自适应控制回路的实验验证方案

本文所得自适应判据可通过地面不等臂干涉仪进行原理性验证。实验可采用光纤延迟线模拟空间臂长差，在暗口注入可调压缩光源，通过实时监测 ϕ_0 和 Ω 并反馈控制压缩角，测量输出相位噪声的抑制效果。

6.4 与现有空间任务参数适配的数值仿真

基于 LISA、太极、天琴等任务的具体轨道参数，开展高精度数值仿真，可量化自适应调控对灵敏度提升的实际效果。相关仿真工作可参考太极计划星间姿态耦合噪声的数值处理方案[15]，为未来空间探测器的量子噪声抑制系统设计提供直接参考。

7 结 论

本文针对空间引力波探测中动态不等臂干涉仪的量子噪声抑制问题，尝试建立了一种理论参考模型，主要结论如下：

(1)建立了非对称动态不等臂外差干涉仪的 Heisenberg 算符演化参考模型。从含时场算符出发，显式包含多普勒频移和时延效应，通过显式傅立叶变换导出了依赖于分析频率 Ω 和相位差 ϕ_0 的频域噪声混合矩阵。

(2)在频域框架下讨论了压缩真空态注入后的输出相位方差，并给出了高频段最优压缩角的解析参考形式。结果表明，当 $\phi_0\neq0$ 时，最优压缩角随 ϕ_0 和 Ω 变化。

(3)引入光力耦合系数 $\kappa(\Omega)$ 描述辐射压噪声，导出了空间引力波探测全频段通用最优压缩角判

据$\theta_{\mathrm{opt}}^{\mathrm{all}}(\Omega,\phi_0)$的理论表达式。该判据在高频极限下退化为散粒噪声最优解, 在低频极限下向振幅压缩方向偏转。

(4)本文给出的判据对应无损耗情况。在实际应用中, 需要考虑星间长距离链路衍射损耗以及光纤器件本征散射对压缩度的影响, 并基于具体任务的效率参数对调控角度进行修正。

参考文献:

[1] AMARO-SEOANE P, AUDLEY H, BABAK S, *et al*. . Laser interferometer space antenna[EB/OL]. (2017-02-02)[2026-06-05]. https://arxiv.org/abs/1702.00786.

[2] COLPI M, DANZMANN K, HEWITSON M, *et al*. . LISA definition study report[EB/OL]. (2024-02-12)[2026-06-05]. https://arxiv.org/abs/2402.07571.

[3] HU W R, WU Y L. The Taiji program in space for gravitational wave physics and the nature of gravity[J]. *National Science Review*, 2017, 4(5): 685-686.

[4] LIU H SH, WANG J, TAO W, *et al*.. Recent development of the laser interferometer for Taiji space gravitational wave detection[J]. *Research*, 2026, 9: 1252.

[5] LUO J, CHEN L SH, DUAN H Z, *et al*.. TianQin: a space-borne gravitational wave detector[J]. *Classical and Quantum Gravity*, 2016, 33(3): 035010.

[6] GANAPATHY D, JIA W, NAKANO M, *et al*.. Broadband quantum enhancement of the LIGO detectors with frequency-dependent squeezing[J]. *Physical Review X*, 2023, 13(4): 041021.

[7] CAVES C M. Quantum-mechanical noise in an interferometer[J]. *Physical Review D*, 1981, 23(8): 1693-1708.

[8] VAHLBRUCH H, MEHMET M, CHELKOWSKI S, *et al*.. Observation of squeezed light with 10-dB quantum-noise reduction[J]. *Physical Review Letters*, 2008, 100(3): 033602.

[9] EBERLE T, STEINLECHNER S, BAUCHROWITZ J, *et al*.. Quantum enhancement of the zero-area Sagnac interferometer topology for gravitational wave detection[J]. *Physical Review Letters*, 2010, 104(25): 251102.

[10] YAMADA R, ENOMOTO Y, NISHIZAWA A, *et al*.. Optimization of quantum noise by completing the square of multiple interferometer outputs in quantum locking for gravitational wave detectors[J]. *Physics Letters A*, 2020, 384(26): 126626.

[11] YAMADA R, ENOMOTO Y, WATANABE I, *et al*.. Reduction of quantum noise using the quantum locking with an optical spring for gravitational wave detectors[J]. *Physics Letters A*, 2021, 402: 127365.

[12] 曾晓强, 李磐, 董鹏, 等. 引力波探测中激光干涉量子噪声计算[J]. 中国光学 (中英文), 2025, 18(3): 698-703.
ZENG X Q, LI P, DONG P, *et al*.. Calculation of laser interferometric quantum noise in gravitational wave detection[J]. *Chinese Optics*, 2025, 18(3): 698-703. (in Chinese).

[13] HARER S, STAAB M, HALLOIN H. Mitigation of the flexing-filtering effect in time-delay interferometry[J]. *Classical and Quantum Gravity*, 2025, 42(22): 225022.

[14] GAO L, ZHENG L A, LU B, *et al*.. Generation of squeezed vacuum state in the millihertz frequency band[J]. Light: Science & Applications, 2024, 13: 294. DOI: 10.1038/s41377-024-01606-y.

[15] DENG Q, YE L Q, AN K, *et al*. . Inter-spacecraft tilt-to-length noise reduction algorithm for Taiji mission[EB/OL]. (2025-09-24)[2026-06-05]. https://arxiv.org/abs/2509.20222.

[16] The LIGO Scientific Collaboration. A gravitational wave observatory operating beyond the quantum shot-noise limit[J]. *Nature Physics*, 2011, 7(12): 962-965.

[17] AASI J, ABADIE J, ABBOTT B P, *et al*.. Enhanced sensitivity of the LIGO gravitational wave detector by using squeezed states of light[J]. *Nature Photonics*, 2013, 7(8): 613-619.

[18] TSUJI K, ISHIKAWA T, KOMORI K, *et al*.. Optimization of quantum noise in space gravitational-wave antenna DECIGO with optical-spring quantum locking considering mixture of vacuum fluctuations in homodyne detection[J]. *Galaxies*, 2023, 11(6): 111.

[19] ISHIKAWA T, KAWASAKI Y, TSUJI K, *et al*.. Feasibility of loop-gain tuning for general measurement systems inspired by quantum locking for DECIGO[J]. *Classical and Quantum Gravity*, 2024, 41(21): 215013.

[20] 缪海兴. 引力波探测的测量极限: 提升探测灵敏度的故事[J]. 物理, 2025, 54(11): 772-780.
MIAO H X. Measurement limits in gravitational wave detection: the story of enhancing sensitivity[J]. *Physics*, 2025,

54(11): 772-780. (in Chinese).

[21] ASPELMEYER M, KIPPENBERG T J, MARQUARDT F. Cavity optomechanics[J]. *Reviews of Modern Physics*, 2014, 86(4): 1391-1452.

[22] TSUJI K, ISHIKAWA T, KOMORI K, *et al*. . Quantum noise reduction in the space-based gravitational wave antenna DECIGO using optical springs and homodyne detection scheme[EB/OL]. (2025-09-22)[2026-06-05]. https://arxiv.org/abs/2509.17372.

[23] ROTA M B, KRIEGER T M, BUCHINGER Q, *et al*.. A source of entangled photons based on a cavity-enhanced and strain-tuned GaAs quantum dot[J]. eLight, 2024, 4: 13. DOI: 10.1186/s43593-024-00072-8.

[24] FENG J, WU Y K, DUAN R, *et al*.. Polarization-entangled photon-pair source with van der Waals 3R-WS_2 crystal[J]. eLight, 2024, 4: 16. DOI: 10.1186/s43593-024-00074-6.

作者简介：



朱刘涛(1997—)，男，山东德州人，硕士研究生，目前攻读于国科大杭州高等研究院，主要从事空间引力波探测器中量子噪声抑制问题的研究。E-mail: zhuliutao25@mails.ucas.ac.cn



杨　然(1981—)，女，河北石家庄人，博士，副研究员，2011 年于华中科技大学获博士学位，主要从事量子精密测量及干涉仪系统噪声模型仿真和分析。E-mail: yangran@imech.ac.cn



董　鹏(1987—)，男，北京人，博士，高级工程师，硕士生导师，2011 年于中国科学院紫金山天文台获得博士学位，主要从事空间激光干涉测量技术的研究。E-mail: dongpeng@ucas.ac.cn