

### 基于张量分解与非下采样Contourlet变换遥感图像增强

吴庆玲 石强 杜永盛 雷赛 卢明明

### Remote-sensing image enhancement based on tensor decomposition and nonsubsamped Contourlet transform

WU Qing-ling, SHI Qiang, DU Yong-sheng, LEI Sai, LU Ming-ming

引用本文:

吴庆玲, 石强, 杜永盛, 雷赛, 卢明明. 基于张量分解与非下采样Contourlet变换遥感图像增强[J]. *中国光学*, 2024, 17(6): 1307–1315. doi: 10.37188/CO.2024–0193

WU Qing-ling, SHI Qiang, DU Yong-sheng, LEI Sai, LU Ming-ming. Remote-sensing image enhancement based on tensor decomposition and nonsubsamped Contourlet transform[J]. *Chinese Optics*, 2024, 17(6): 1307-1315. doi: 10.37188/CO.2024-0193

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.37188/CO.2024–0193>

---

### 您可能感兴趣的其他文章

#### Articles you may be interested in

#### 面结构光在机检测的叶片反光抑制技术

Blade reflection suppression technology based on surface structured light on-machine detection

中国光学 (中英文). 2022, 15(3): 464 <https://doi.org/10.37188/CO.2021–0194>

#### 多尺度奇异值分解的偏振图像融合去雾算法与实验

Multi-scale singular value decomposition polarization image fusion defogging algorithm and experiment

中国光学 (中英文). 2021, 14(2): 298 <https://doi.org/10.37188/CO.2020–0099>

#### 小波变换下基于分形编码和 Zernike 矩的织物图像检索算法

Fabric image retrieval algorithm based on fractal coding and Zernike moment under the wavelet transform

中国光学 (中英文). 2023, 16(3): 715 <https://doi.org/10.37188/CO.EN–2022–0021>

#### 基于互补集合经验模态分解结合希尔伯特变换的光频扫描干涉信号相位提取方法

Phase-extracting method of optical frequency scanning interference signals based on the CEEMD-HT algorithm

中国光学 (中英文). 2023, 16(3): 682 <https://doi.org/10.37188/CO.2022–0173>

#### 基于 $L_{12}$ 时空域总变分正则项的红外弱小目标检测算法

Infrared small target detection via  $L_{12}$  spatial-temporal total variation regularization

中国光学 (中英文). 2023, 16(5): 1066 <https://doi.org/10.37188/CO.2022–0229>

#### 结合光源分割和线性图像深度估计的夜间图像去雾

Nighttime image dehazing with a new light segmentation method and a linear image depth estimation model

中国光学 (中英文). 2022, 15(1): 34 <https://doi.org/10.37188/CO.2021–0114>

文章编号 2097-1842(2024)06-1307-09

## 基于张量分解与非下采样 Contourlet 变换遥感图像增强

吴庆玲<sup>1</sup>, 石强<sup>2</sup>, 杜永盛<sup>3,4</sup>, 雷赛<sup>3</sup>, 卢明明<sup>3,4\*</sup>

(1. 吉林交通职业技术学院, 吉林 长春 130015;

2. 中国第一汽车股份有限公司新能源开发院, 吉林 长春 130011;

3. 长春工业大学 吉林省微纳与超精密制造省级重点实验室, 吉林 长春 130012;

4. 长春工业大学 吉林省高性能制造与检测国际科技合作重点实验室, 吉林 长春 130012)

**摘要:** 图像质量低、特征信息不明显是遥感图像获取过程中的常见问题。传统的图像增强方法常常因为不能有效地整合全局信息, 从而不能高精度、高效率地凸显有用信息。本文通过结合张量分解和非下采样 Contourlet 变换, 提出一种改进的遥感图像增强方法。使用优化的非下采样 Contourlet 变换对原始图像进行分解, 将各尺度和方向的高频细节图像组合成高阶张量。通过贝叶斯概率张量补全, 从不完整张量中识别潜在因子, 以预测图像缺失的细节信息。实验结果表明: 所提出方法能在有效恢复样张缺失信息的同时突出图像的特征信息, 与不同图像增强方法相比, 样张处理后在信噪比、结构相似度以及均方根误差方面最大提升分别为 27.9%、37.6% 和 45.4%。改进的遥感图像增强方法在可视化比较和定量评价方面优于常用的图像增强方法。

**关键词:** 图像增强; Contourlet 变换; 张量分解; 贝叶斯概率张量补全

中图分类号: TP391.7; TP751.2 文献标志码: A doi: 10.37188/CO.2024-0193 CSTR: 32171.14.CO.2024-0193

## Remote-sensing image enhancement based on tensor decomposition and nonsubsamped Contourlet transform

WU Qing-ling<sup>1</sup>, SHI Qiang<sup>2</sup>, DU Yong-sheng<sup>3,4</sup>, LEI Sai<sup>3</sup>, LU Ming-ming<sup>3,4\*</sup>

(1. Jilin Communications Polytechnic, Changchun 130015, China;

2. New Energy Development Institute of China FAW Group Co., Ltd, Changchun 130011, China;

3. Provincial Key Laboratory of Micro-Nano and Ultra-Precision Manufacturing, Changchun University of  
Technology, Changchun 130012, China;

4. Key Laboratory of International Scientific and Technological Cooperation on High Performance  
Manufacturing and Inspection of Jilin Province, Changchun University of Technology,  
Changchun 130012, China)

\* Corresponding author, E-mail: lummm@ccut.edu.cn

**Abstract:** In the process of remote sensing image acquisition, low quality and lack of important information

收稿日期: 2024-04-13; 修订日期: 2024-05-12

基金项目: 吉林省科技厅科技发展计划重点项目 (No. 202401021107GX)

Supported by Key Projects of Science and Technology Development Program of Jilin Provincial Science and  
Technology Department (No. 202401021107GX)

of image are common problems as the existence of interference information. Traditional image enhancement methods often cannot highlight useful information with high precision and high efficiency because they cannot integrate global information effectively. In order to solve these problems, a remote-sensing image enhancement method based on tensor decomposition and nonsubsamped Contourlet transform is proposed. The optimized nonsubsamped Contourlet transform is used to decompose the original image, and the high-order tensor is composed of high-frequency detail images in all directions on all scales. Through Bayesian probability tensor completion, the potential factors recognized from the incomplete tensor are used to predict the missing details of the image. Experimental results indicate that the proposed method can recover the missing information more effectively and highlight the feature information of the image. Compared with different image enhancement methods, the maximum improvement of signal-to-noise ratio, structure similarity and root mean square error are 27.9%, 37.6% and 45.4%, respectively. The proposed method is superior to the common image enhancement methods in quantitative evaluation and visual comparison.

**Key words:** image enhancement; Contourlet transform; tensor decomposition; bayesian probability tensor completion

## 1 引言

近年来,无人机遥感技术发展迅速,成为及时获取地理信息的主要途径之一。遥感图像是其最重要的数据产品,广泛用于调查、监测、分析和预测地球表面资源、环境和灾害情况<sup>[1-2]</sup>。前期所获取的遥感图像质量对于后续的信息处理、特征提取及应用具有至关重要的保障作用<sup>[3-4]</sup>。然而,实际获取的遥感图像往往存在质量低和重要特征不明显的问题。采用图像增强技术能够凸显图像特征,减少或消除冗余信息,是图像预处理过程中的必要步骤之一<sup>[5-6]</sup>。

图像增强主要包括空间域增强和频率域增强两类方法。在频率域增强方面,傅立叶变换和小波变换是常用的技术。小波变换由于具有优秀的时频特性、计算效率高且操作简便等优点,逐渐取代了传统的傅立叶变换。然而,小波变换只能分解水平方向、垂直方向和对角线方向这 3 种形式,无法完全匹配实际图像边缘的多向性。都元松等人<sup>[7]</sup>利用 Contourlet 变换在图像去噪方面的优势,提出了一种引导滤波图像边缘增强方法。该方法不仅继承了小波变换的优良时频特性,还能更好地捕捉图像中的高频细节信息。Huang 等人<sup>[8]</sup>改进了阈值去噪算法,结合循环平移 Contourlet 变换,使用基于系数局部方差的自适应阈

值,从而有效保留了图像的轮廓细节。Asmare 等人<sup>[9]</sup>发现,基于 Contourlet 变换的增强方法在弱光和非均匀光照条件下表现出显著效果。此外,李彦等人<sup>[10]</sup>基于 Contourlet 变换提出了一种红外图像增强方法,并通过仿真实验验证了其能够提高图像的对比度和清晰度。大量研究表明,Contourlet 变换在图像处理方面相比于傅立叶变换和小波变换,具有更强的多方向性、多尺度分析能力,以及优越的去噪效果和边缘特征保留能力。这些优势使得 Contourlet 变换在处理复杂图像、特别对于需要精细分析的应用,是一种非常有效的选择。

在信号处理与数据分析领域,向量、矩阵等概念可从低维组织扩展到高维,进而揭示高维数据所承载的信息和现实世界的复杂性。采用张量视角进行数据分析能够有效保留数据中的结构信息,这一优点使其在实际应用中展现出良好的前景。低阶张量在表征遥感图像的固有几何特征方面发挥着至关重要的作用。已有研究探讨了通过低秩矩阵进行图像恢复的方法。He 等人<sup>[11]</sup>提出了一种针对高光谱影像(hyperspectral image, HSI)去噪的噪声调整迭代低秩矩阵近似方法(noise-adjusted iterative low-rank matrix approximation, NAILRMA),并通过仿真与实际 HSI 实验验证了该方法的有效性。马友等人<sup>[12]</sup>提出了一种基于张量分解的卫星遥感图像增强算法,并通过成分

矩阵对张量进行重构, 准确预测了缺失的遥感图像数据。此外, Hao 等人<sup>[13]</sup>提出了一种新的低秩张量近似模型。该模型利用图像的非局部自相似性恢复样本的边界、交界及过渡区域信息。低秩张量重建 (low-rank tensor reconstruction, LRTC) 被认为是整合先验知识的有效方法之一, 已成功应用于遥感图像的重建<sup>[14]</sup>。值得一提的是, Candecomp/Parafac 模型和 Tucker 模型均是基于原始多维数据的先验知识构建而成的, 为数据分析提供了有力的理论支持<sup>[15]</sup>。

本文基于张量分解与 Contourlet 变换, 提出了一种改进的遥感图像增强方法。利用优化的 Contourlet 变换对原始图像进行分解, 将不同尺度和方向上的高频细节图像组合成高阶张量, 再通过贝叶斯概率进行张量补全, 从不完整张量中识别潜在因子, 以预测缺失的图像细节信息。最后, 通过实验对比分析基于张量的 Contourlet 变换的遥感图像增强方法和传统方法对于增强图像的特征细节信息。

## 2 非下采样 Contourlet 变换

在 Contourlet 变换框架上, 非下采样 Contourlet 变换模型采用非下采样金字塔分解机制替换经典 Contourlet 变换中的拉普拉斯金字塔变换, 以非下采样方向滤波器组代替传统的方向滤波器组<sup>[14-16]</sup>。不同于传统的 Contourlet 变换, 非下采样 Contourlet 变换在进行处理的过程中, 省略了下采样的部分。通过将上采样和对原始信息的分析滤波结合, 实现数据整体分析, 从而代替传统 Contourlet 变换中的上、下采样。在处理图像信息的过程中满足多尺度和多方向性的同时, 具有平移不变性。

### 2.1 非下采样金字塔分解

非下采样 Contourlet 变换采用对称通道滤波器组实现金字塔分解机制<sup>[17]</sup>。在具有平移不变性的前提下实现原始图像信息的多尺度分解。通过结合非下采样金字塔变换中的上采样和整体滤波分析, 替代传统拉普拉斯金字塔变换的上下采样过程。

### 2.2 非下采样方向滤波器组

非下采样 Contourlet 变换中, 构建的非下采样双通道方向滤波器组如图 1 所示, 采用了类似

于双通道非下采样塔型滤波器组对称结构。为了避免产生频谱混叠, 滤波器组通过上采样和整体综合分析将频谱分开。与五株形滤波器组类似, 采用扇形垂直滤波器组的频率响应, 得到如图 2 所示的低通子带和高通子带, 从而对二维频谱进行细致的划分。

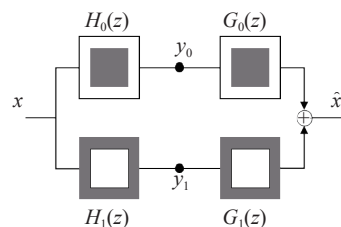


图 1 双通道非下采样塔型滤波器组

Fig. 1 Two-channel non-subsampled tower filter bank

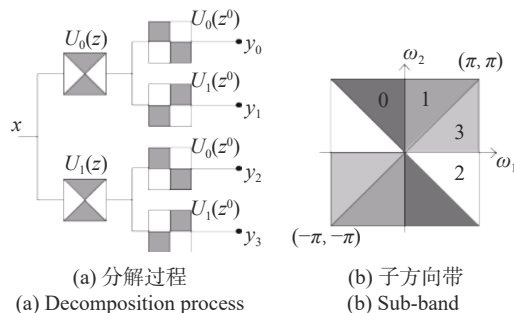


图 2 非下采样滤波分解

Fig. 2 Non-subsampling filtering decomposition

采用扇形垂直的高通滤波器 H 和低通滤波器 G 可以对图像进行双通道非下采样滤波分解。具体地, 原始图像通过扇形垂直滤波器组 and 传统四方向滤波器组后被分解成 4 个方向的子带, 子带经由迭代取样, 进一步划分成不同方向的下一组子带信息。采用传统方向滤波器组处理信号时, 通常存在高频缺陷, 使得滤波器频谱响应较好的区间恰好覆盖非下采样金字塔变换滤波器的带通部分, 和低频部分发生频率混叠。双通道非下采样方向滤波器较好地弥补了这一缺陷。

## 3 基于张量的 Contourlet 变换的遥感图像增强

### 3.1 张量模型

张量的纤是矩阵行列的推广, 其定义为在固定其他索引的情况下, 任意变化一个索引的过程。二阶张量  $\mathcal{T} \in \mathbb{R}^{I_1 \times I_2}$  的行  $t_{i_1}$  是其模 1 纤, 列



$t_{i_2}$  是其模 2 纤。三阶张量  $\mathcal{T} \in \mathbb{R}^{I_1 \times I_2 \times I_3}$  的纤分为行、列和管纤, 分别是  $t_{i_2 i_3}$ 、 $t_{i_1 i_3}$  和  $t_{i_1 i_2}$ 。张量  $\mathcal{T} \in \mathbb{R}^{I_1 \times I_2 \times \dots \times I_N}$  的纤定义为模  $n$  纤。

切片是张量的二维部分, 它通过固定任意两个阶的索引来实现。三阶张量  $\mathcal{T} \in \mathbb{R}^{I_1 \times I_2 \times I_3}$  的切片定义为水平切片、侧面切片和正面切片。

张量的范数被定义为张量中每个元素的平方和再开平方。例如  $N$  阶张量  $\mathcal{T} \in \mathbb{R}^{I_1 \times I_2 \times \dots \times I_N}$  的范数计算公式为:

$$\|\mathcal{T}\| = \sqrt{\sum_{i_1=1}^{I_1} \sum_{i_2=1}^{I_2} \dots \sum_{i_N=1}^{I_N} t_{i_1 i_2 \dots i_N}^2} \quad (1)$$

张量的内积定义为两个同阶张量对应元素的乘积之和。例如两个  $N$  阶张量  $\mathcal{T}_1, \mathcal{T}_2 \in \mathbb{R}^{I_1 \times I_2 \times \dots \times I_N}$  的内积计算公式为:

$$\langle \mathcal{T}_1, \mathcal{T}_2 \rangle = \sum_{i_1=1}^{I_1} \sum_{i_2=1}^{I_2} \dots \sum_{i_N=1}^{I_N} t_{i_1 i_2 \dots i_N} t_{2 i_2 \dots i_N} \quad (2)$$

当  $\mathcal{T}_1$  与  $\mathcal{T}_2$  相等时,  $\mathcal{T}_1$  与  $\mathcal{T}_2$  的内积变为  $\mathcal{T}_1$  或  $\mathcal{T}_2$  的范数, 即:

$$\langle \mathcal{T}_1, \mathcal{T}_1 \rangle = \langle \mathcal{T}_2, \mathcal{T}_2 \rangle = \|\mathcal{T}_1\| = \|\mathcal{T}_2\| \quad (3)$$

张量的外积: 两个张量  $\mathcal{T}_1, \mathcal{T}_2 \in \mathbb{R}^{I_1 \times I_2 \times \dots \times I_N}$  的外积计算公式为:

$$(\mathcal{T}_1 \circ \mathcal{T}_2)_{i_1 i_2 \dots i_N h_1 i_2 \dots i_N} = \sum_{i_1=1}^{I_1} \sum_{i_2=1}^{I_2} \dots \sum_{i_N=1}^{I_N} t_{i_1 i_2 \dots i_N} t_{h_1 i_2 \dots i_N} \quad (4)$$

式中  $\circ$  表示外积。

秩为 1 的张量: 如果一个  $N$  阶张量  $\mathcal{T} \in \mathbb{R}^{I_1 \times I_2 \times I_3}$  可以表示为  $N$  个  $N$  维向量的外积。若张量  $\mathcal{T} \in \mathbb{R}^{I_1 \times I_2 \times I_3}$  的秩为 1, 则满足公式:

$$\mathcal{T} = a^{(1)} \circ a^{(2)} \dots a^{(N)} \quad (5)$$

这就意味着张量  $\mathcal{T} \in \mathbb{R}^{I_1 \times I_2 \times I_3}$  的每个元素都对应着  $N$  个向量对应元素的乘积:

$$t_{i_1 i_2 \dots i_N} = a^{(1)} \circ a^{(2)} \dots a^{(N)} \quad (6)$$

图 3 是秩为 1 的三阶张量, 其中,  $\mathcal{T} = a \circ b \circ c$ ,  $t_{ijk} = a_i b_j c_k$ 。

如果张量  $\mathcal{T} \in \mathbb{R}^{I_1 \times I_2 \times I_3}$  的所有元素中, 只有当各个阶的下标相等时, 即  $i_1 = i_2 = \dots = i_N$  时, 对应

的元素不为零, 即  $t_{i_1 i_2 \dots i_N} \neq 0$ ; 其他元素的值都为 0, 则张量  $\mathcal{T} \in \mathbb{R}^{I_1 \times I_2 \times I_3}$  是对角张量。

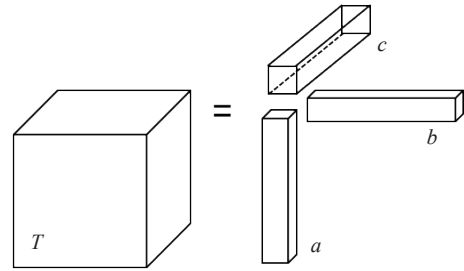


图 3 张量分解示意图

Fig. 3 Schematic diagram of tensor decomposition

张量的模  $n$  乘法是指张量  $\mathcal{T} \in \mathbb{R}^{I_1 \times I_2 \times I_3}$  与一个矩阵  $U = \mathbb{R}^{J \times I_N}$  相乘, 乘积结果仍为一个张量, 其模的大小为  $I_1 \times I_2 \times \dots \times I_{n-1} \times J \times I_{n+1} \times \dots \times I_N$ , 计算方法如下:

$$(\mathcal{T} \times U)_{i_1 i_2 \times \dots \times I_{n-1} \times J \times I_{n+1} \times \dots \times I_N} = \sum_{i_n=1}^{I_N} t_{i_1 i_2 \dots i_N} u_{j i_n} \quad (7)$$

张量分解: 任何张量  $\mathcal{T}$  都可以分解为以下张量的乘积:

$$\mathcal{T} = S \times U_1 \times U_2 \dots \times U_N \quad (8)$$

式中,  $S$  被称为核张量。  $S = \mathcal{T} \times U_1^T \times U_2^T \dots \times U_N^T$ 。  $U_N, n = 1, 2, \dots, N$  是投影矩阵, 同时也是正交矩阵。  $U_N, n = 1, 2, \dots, N$  是第  $n$  阶的主分量。

### 3.2 贝叶斯高斯 TR 分解

张量对多维数据属性的表示提供了一种有效的结构, 以多线性方式将几何向量、标量和其他类似对象映射到结果张量的集合。

TR 分解被广泛用于降低高维数据的存储成本和计算复杂度, 实现输入维度的线性尺度变换, 而非指数尺度变换。  $\mathcal{X} \in \mathbb{R}^{I_1 \times I_2 \times \dots \times I_N}$  表示高阶张量,  $I_1 \times I_2 \times \dots \times I_N$  是张量的规格。  $\mathcal{X}$  的 TR 分解可以被表示为:

$$\mathcal{X}(i_1, i_2, \dots, i_N) = TR(\mathcal{T}_1(i_1) \dots \mathcal{T}_N(i_N)) = TR \left\{ \prod_{d=1}^N \mathcal{T}_d(i_d) \right\} \quad (9)$$

式中  $\mathcal{X}(i_1, i_2, \dots, i_N)$  表示张量的第  $(i_1, i_2, \dots, i_N)$  个元素。  $\mathcal{T}_d(i_d)$  为潜在张量的第  $i_d$  个横向切片矩阵。

引入贝叶斯概率模型, 假设所观测的噪声服从高斯分布。

$$\tilde{\mathcal{X}}(i_1, i_2, \dots, i_N) \sim \mathfrak{M}(\mathcal{X}(i_1, i_2, \dots, i_N), \zeta^{-1}) \quad (10)$$

式中  $\mathfrak{M}(\cdot)$  为高斯分布,  $\zeta$  为精度。

在  $\mathcal{T}_N(i_N)$  和  $\zeta$  上引入一个灵活的先验部分, 以更好地拟合张量数据, 假设该先验分布适用于所有因子矩阵, 并且为多元高斯:

$$\mathcal{T}(i_1, i_2, \dots, i_N) \sim \mathfrak{M}(\varphi_i, \nu_i^{-1}) \quad (11)$$

为了提高模型的鲁棒性和效率, 引入了超参数  $\varphi_i$  和  $\nu_i$  的共轭高斯-Wishart 检验:

$$\begin{aligned} (\varphi_i, \nu_i) &\sim \text{Gaussian-} \\ &\text{Wishart}(\rho_0, \kappa_0, W_0, \eta_0) p(\varphi_i, \nu_i | -) = \\ &\mathfrak{M}(\varphi_i | \rho_0, (\kappa_0 \nu_i)^{-1}) \times \text{Wishart}(\nu_i | W_0, \eta_0) \quad (12) \end{aligned}$$

式中  $\eta_0$  为 Wishart 分布的自由度,  $W_0$  为:

$$\begin{aligned} \text{Wishart}(\nu_i | W_0, \eta_0) &= \\ \frac{1}{C} |\nu_i|^{\frac{\eta_0-d-1}{2}} \exp\left\{-\frac{1}{2} \sum_{i=1}^d W_0^{-1} \nu_i\right\} \quad (13) \end{aligned}$$

用于表征贝叶斯概率 TR 分解数据生成过程的总体结构, 如图 4 所示。其中,  $\mathcal{X}$  表示观测数据,  $\mathcal{T}_d(i_d)$  和  $\zeta$  为参数,  $\varphi_i, \nu_i$  为超参数。

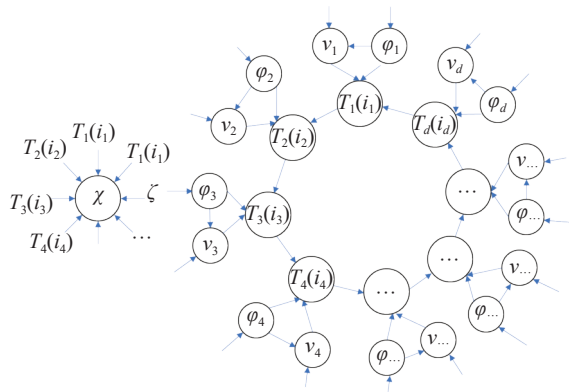


图 4 张量 TR 分解的概率图解模型

Fig. 4 Probability graphical model of tensor TR decomposition

### 3.3 基于张量的 Contourlet 变换

为了解决遥感图像融合下的数据缺失问题, 引入贝叶斯 CP 张量分解模型, 在不破坏原始数据的情况下, 可预测估计图像的缺失信息并突出图像的特征信息<sup>[18]</sup>。

由于每个尺度内的 Contourlet 系数及相邻尺度内的 Contourlet 系数具有一定的相关性, 采用多线性代数方法将遥感图像 Contourlet 分解得到

的 Contourlet 系数作为一个高阶张量。设原始图像大小为  $M \times N$ , 进行层数为  $i$  的 Contourlet 分解,  $R$  是所有尺度的高频 Contourlet 系数  $T_i$  组成的高阶张量。

$$\begin{aligned} R(:, :, 1) &= T_1^{D_1} \\ R(:, :, 2) &= T_2^{D_1} \\ &\dots \\ R(:, :, i) &= T_i^{D_2} \\ R(:, :, i+1) &= T_{i+1}^{D_2} \\ &\dots \\ R(:, :, ni) &= T_i^{D_n} \\ R(:, :, ni+1) &= T_{i+1}^{D_n} \quad (14) \end{aligned}$$

其中,  $D_n$  表示 Contourlet 变换的第  $n$  个方向。则所有 Contourlet 系数形成高阶张量  $\mathcal{X} \in R^{M \times N \times D_n}$ , 对这个高阶张量进行处理, 考虑到所有 Contourlet 系数之间的相关性, 将所有的 Contourlet 系数进行整合处理, 不会破坏 Contourlet 系数之间固有的相互关系, 优于传统的向量处理方法。

在实际获取遥感图像的过程中, 观测到的遥感图像数据通常会受到不同噪声的混合污染。以线性退化模型来描述给定图像:

$$\mathcal{Y} = \mathcal{X} + \mathcal{E} \quad (15)$$

其中  $\mathcal{Y}$  和  $\mathcal{E}$  分别代表观测到的遥感图像和混合噪声项, 它们具有相同的尺寸。通过观测到的不完整数据  $\mathcal{Y}$  估计出遥感图像  $\mathcal{X}$ 。

噪声项被认为是一个先验知识, 服从高斯分布 i.e.,  $\mathcal{E} \sim \Pi_{i_1, \dots, i_N} \mathcal{N}(0, \tau^{-1})$ 。而 Contourlet 系数形成的高阶张量的潜在张量  $\mathcal{X}$  可以由 CP 模型精确表示:

$$\mathcal{X} = \sum_{r=1}^R a_r^{(1)} \circ \dots \circ a_r^{(N)} = \llbracket A^{(1)}, \dots, A^{(N)} \rrbracket \quad (16)$$

其中,  $\llbracket \dots \rrbracket$  是一个速记符号, 也被称为 Kruskal 算子。CP 分解可以解释为  $R$  个秩为 1 的张量的和, 而最小的整数  $R$  定义为 CP 秩为  $[1]$ 。  $\{A^{(n)}\}_{n=1}^N$  是一组因子矩阵, 其中 mode- $n$  因子矩阵  $A^{(n)} \in \mathbb{R}^{I_n \times R}$  可以用行向量表示, 也可以用列向量表示

$$\mathbf{A}^{(n)} = [a_1^{(n)}, \dots, a_{i_n}^{(n)}, \dots, a_{I_n}^{(n)}]^T = [a_{\cdot 1}^{(n)}, \dots, a_{\cdot r}^{(n)}, \dots, a_{\cdot R}^{(n)}] \quad (17)$$

CP 生成模型与噪声假设一起直接产生了观

测模型,该模型对观测张量元素进行了因式分解:

$$P\left(y_{\Omega}\left\{A^{(n)}\right\}_{n=1}^N, \tau\right) = \prod_{i_1=1}^{I_1} \cdots \prod_{i_N=1}^{I_N} N\left(y_{i_1 i_2 \cdots i_N} \left\langle a_{i_1}^{(1)} \cdots a_{i_N}^{(N)} \right\rangle, \tau^{-1}\right)^{O_{i_1 \cdots i_N}}, \quad (18)$$

其中,噪声参数  $\tau$  表示精度,  $\langle a_{i_1}^{(1)}, a_{i_2}^{(2)}, \cdots, a_{i_N}^{(N)} \rangle = \sum_r \prod_n a_{i_n, r}^{(n)}$  表示  $N$  个向量的广义内积。 $y_{i_1 \cdots i_N}$  由多个  $R$  维潜向量  $\{a_{i_n}^{(n)} | n = 1, \cdots, N\}$  生成。其中,每个潜在核在向量  $a_{i_n}^{(n)}$  有助于一系列的观察,即一个子张量,其模式- $n$  指数处于  $i^n$ 。

考虑到过拟合,将该模型的优化目标转化为:

$$\min_{[C]} \|E_{\Omega}(\Phi[C]) - E_{\Omega}(T)\|_F^2, \quad (19)$$

其中,  $E_{\Omega}(T)$  表示由一组观测指标  $\Omega$  得到的所有观测项。 $\Phi[C]$  表示由潜在因子产生的近似张量。 $[C]$  表示潜在因子,由张量分解产生。

### 3.4 优化过程

应用 ALM 算法求解上述模型,优化模型如下:

$$\min_{X, G, P} \lambda \|P\|_1 + \|E_{\Omega}(\Phi[C]) - E_{\Omega}(T)\|_F^2 + \langle \Lambda, P - DE_{\Omega}(\Phi[C]) \rangle + \frac{\mu}{2} \|P - DE_{\Omega}(\Phi[C])\|_F^2, \quad (20)$$

其中  $\Lambda$  代表拉格朗日乘子,  $\mu$  是惩罚参数。

## 4 实验结果与分析

### 4.1 模拟数据实验

模拟实验采用遥感数据集,原始图像尺寸为  $307 \times 307 \times 210$ 。将 4 种不同的图像增强方法进行对比,包括基于张量分解的图像增强 (tensor decomposition image enhancement, TDIE)<sup>[19]</sup>、基于 Contourlet 变换的图像增强 (contourlet transform image enhancement, CTIE)、基于小波变换域张量分解的图像增强 (transform domain tensor decomposition image enhancement, TDWT)<sup>[20]</sup> 和基于小波变换的图像增强方法 (wavelet transform image enhancement, WTIE)<sup>[21]</sup>。通过数据分析,比较各算法的性能。在所有后续实验中,对这些方法的参数根据默认策略进行手动调整。

图 5 对比了不同图像增强方法对模拟遥感数据进行处理的结果。如图 5 所示,所有方法在一定程度上都能增强图像。但是 TDIE、TDWT 和 WTIE 模型的处理结果出现了部分区域细节模糊,在高亮度区域,出现细节丢失的现象,而对于低亮度区域增强效果不明显。CTIE 出现了部分区域过增强现象,部分区域亮度过大或过小。相比之下,CTTE 算法的增强效果明显,可以获得较好的图像清晰度,有利于图像细节信息的获取。



图 5 模拟数据集实验结果。(a) TDIE; (b) CTIE; (c) TDWT; (d) WTIE; (e) CTTE

Fig. 5 Experimental results of simulated data set. (a) TDIE; (b) CTIE; (c) TDWT; (d) WTIE; (e) CTTE

相应的像素统计结果如图 6 所示。CTTE 算法处理后的图像像素点整体分布均匀; TDIE、TDWT 和 WTIE 模型处理后的图像像素点明显分布不均,而 CTIE 整体像素过度平滑。可以看出本文算

法在处理高亮度区域和低亮度区域都有明显的增强效果,能较好地增强含有混合噪声的原始图像,易于观察处理后的图像信息和对有效信息进行提取。

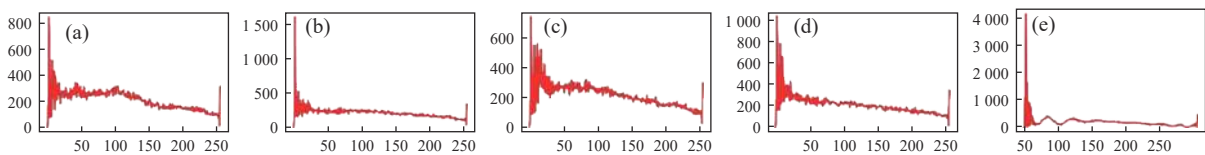


图 6 处理后图像像素统计图。(a) TDIE; (b) CTIE; (c) TDWT; (d) WTIE; (e) CTTE

Fig. 6 The processed image pixel statistics. (a) TDIE; (b) CTIE; (c) TDWT; (d) WTIE; (e) CTTE

## 4.2 测量数据

为了验证所提出的遥感图像增强算法的可行性以及有效性, 利用遥感图像获取装置获取的实验数据进行仿真实验, 遥感图像获取装置如图7所示。



图7 模拟遥感图像获取装置

Fig. 7 Simulated remote sensing image acquisition device

获取的遥感图像格式为:  $8000 \times 8000 \times 64$ 。

同样对比其他4种不同的图像增强方法: TDIE、CTIE、TDWT和WTIE。分析比较仿真结果中各个算法的视觉质量和数据, 根据默认策略调整参数使之达到最优状态。

### 4.2.1 图像质量比较

具体仿真结果如图8所示。由图8可知, 所有的比较方法在一定程度上都能增强样张质量。本文所提出的方法在所有比较方法中表现最好, 在有效地恢复样张缺失信息的同时能突出图像的特征信息。例如, 与基于小波-张量分解图像增强算法相比, 提出的方法生成的图像的边界、圆弧和过渡区域更加清晰。引入张量概念, 即提出的基于非下采样 Contourlet 变换的张量分解图像增强算法和基于小波-张量分解图像增强算法比其他方法表现得更好, 而本文提出的算法在一定程度上优于经典的张量分解算法。这证明了基于非下采样 Contourlet 变换的方法和基于贝叶斯概率张量建模技术的结合在遥感图像增强中表现优异。

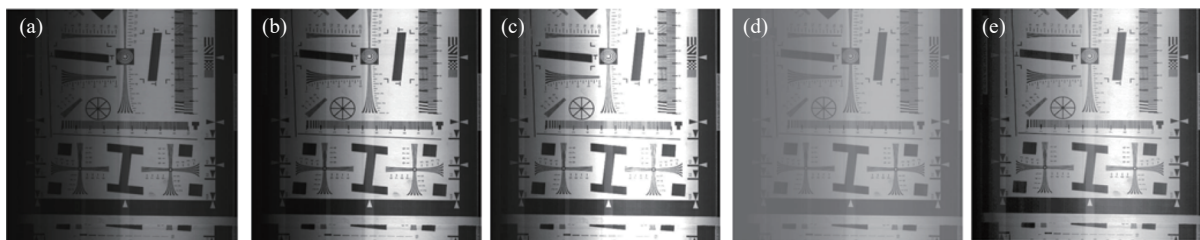


图8 实验结果。(a) TDIE; (b) CTIE; (c) TDWT; (d) WTIE; (e) CTTE

Fig. 8 Simulation experiment results. (a) TDIE; (b) CTIE; (c) TDWT; (d) WTIE; (e) CTTE

### 4.2.2 定量比较

采用平均局部对比度 (ALC)、峰值信噪比 (PSNR)、结构相似度 (SSIM) 和均方根误差 (RMSE) 定量评价实验结果。其中, 平均局部对比度 (ALC) 用于对比各算法增强后的可视化质量, 结构相似度 (SSIM) 和均方根误差 (RMSE) 用于评估算法处理结果和真实数据的偏离程度。

表1为采用不同方法的实验数据统计结果, 可以看出, 相比于传统小波变换 (WTIE), 采用 Contourlet 变换 (CTIE) 对遥感图像进行多尺度、多方向处理, 能够更好地捕捉图像中的高频细节信息。而基于张量分解的 Contourlet 方法 (CTTE) 在 PSNR、SSIM 和 RMSE 方面均表现出更好的性能。

表1 仿真实验数据指标

Tab. 1 Simulation experiment data index

	TDIE	CTIE	TDWT	WTIE	CTTE
ALC	2.9548	4.2105	4.4852	5.0158	3.0258
PSNR	30.2847	28.2254	27.5589	25.5414	35.4478
SSIM	0.7214	0.6885	0.4986	0.5713	0.7989
RMSE	8.5980	10.5884	11.2585	9.7243	6.1452

## 5 结论

针对传统遥感图像增强方法不能有效整合图像全局信息, 重要信息不凸显和特征的精度受限问题, 本文提出了一种图像增强方法, 采用优化的



非下采样 Contourlet 方法分析样张, 引入张量模型, 融合图像梯度先验知识、亮度通道先验知识等构成高阶张量, 通过贝叶斯概率预测补全图像细节特征, 最后利用重构补全后的图像信息获取增强图像。一系列的仿真和实际数据实验证明该方法在定量评价和可视化比较方面均优于一些常用的方法。得出以下结论:

(1) 非下采样 Contourlet 变换具有多尺度和多方向特性, 相较于传统 Wavelet, 对样张中的细节纹理和重要特征区域的增强效果更优。

(2) 引入贝叶斯概率张量对 Contourlet 变换

后的系数进行优化, 利用图像信息的相关性, 在恢复样张缺失信息的同时可进一步突出图像特征。

(3) 对比 TDIE、CTIE、TDWT 和 WTIE 等图像增强方法, 样张处理后在信噪比、结构相似度以及均方根误差方面最大提升分别为 27.9%、37.6% 和 45.4%。

现有的 Contourlet 变换的效率及精度受限于上下采样精度, 如何更有效地对原始图像信息进行采样将是下一步研究工作主要方向之一。此外, 在阈值函数选取方面, 构造适应不同噪声污染情况下的阈值有待进一步的探索。

### 参考文献:

- [1] 孙明超, 马天翔, 宋悦铭, 等. 基于相位特征的可见光和 SAR 遥感图像自动配准[J]. *光学精密工程*, 2021, 29(3): 616-627.  
SUN M CH, MA T X, SONG Y M, *et al.*. Automatic registration of optical and SAR remote sensing image based on phase feature[J]. *Optics and Precision Engineering*, 2021, 29(3): 616-627. (in Chinese).
- [2] 保文星, 桑斯尔, 沈象飞. 基于信息熵约束和 KAZE 特征提取的遥感图像配准算法研究[J]. *光学精密工程*, 2020, 28(8): 1810-1819.  
BAO W X, SANG S E, SHEN X F. Remote sensing image registration algorithm based on entropy constrained and KAZE feature extraction[J]. *Optics and Precision Engineering*, 2020, 28(8): 1810-1819. (in Chinese).
- [3] CHEN Y, HE W, YOKOYA N, *et al.*. Hyperspectral image restoration using weighted group sparsity-regularized low-rank tensor decomposition[J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2020, 50(8): 3556-3570.
- [4] 贾建鑫, 孙海彬, 蒋长辉, 等. 多源遥感数据的道路提取技术研究现状及展望[J]. *光学精密工程*, 2021, 29(2): 430-442.  
JIA J X, SUN H B, JIANG CH H, *et al.*. Road extraction technology based on multi-source remote sensing data: review and prospects[J]. *Optics and Precision Engineering*, 2021, 29(2): 430-442. (in Chinese).
- [5] 程亚亚, 于化东, 于占江, 等. 微铣刀同轴全息图像增强方法[J]. *中国光学*, 2020, 13(4): 705-712.  
CHENG Y Y, YU H D, YU ZH J, *et al.*. Method of enhancing the quality of in-line holographic images for micro-milling tool[J]. *Chinese Optics*, 2020, 13(4): 705-712. (in Chinese).
- [6] 常志文, 王立忠, 梁晋, 等. 基于图像块分解融合的水下标定图像增强[J]. *中国光学 (中英文)*, 2024, 17(4): 810-822.  
CHANG ZH W, WANG L ZH, LIANG J, *et al.*. Underwater calibration image enhancement based on image block decomposition and fusion[J]. *Chinese Optics*, 2024, 17(4): 810-822. (in Chinese).
- [7] 都元松, 董文锋, 黎波涛, 等. 基于 Contourlet 变换的引导滤波图像边缘增强方法[J]. *空军预警学院学报*, 2017, 31(5): 370-374.  
DU Y S, DONG W F, LI B T, *et al.*. Guide filtering algorithm for image edge enhancement based on Contourlet transformation[J]. *Journal of Air Force Early Warning Academy*, 2017, 31(5): 370-374. (in Chinese).
- [8] HUANG Y H, CHEN D W. Image fuzzy enhancement algorithm based on contourlet transform domain[J]. *Multimedia Tools and Applications*, 2020, 79(47): 35017-35032.
- [9] ASMARE M H, ASIRVADAM V S, HANI A F M. Image enhancement based on contourlet transform[J]. *Signal, Image and Video Processing*, 2015, 9(7): 1679-1690.
- [10] 李彦. 小波与 Contourlet 变换图像增强算法优越性的探讨[J]. *安徽职业技术学院学报*, 2014, 13(4): 17-20.  
LI Y. On the superiority of the wavelet transform and Contourlet transform image enhancement algorithm[J]. *Journal of Anhui Vocational and Technical College*, 2014, 13(4): 17-20. (in Chinese).
- [11] HE W, ZHANG H Y, ZHANG L P, *et al.*. Hyperspectral image denoising via noise-adjusted iterative low-rank matrix approximation[J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing*, 2015, 8(6): 3050-3061.

- [12] 马友, 王强, 蔡长海. 基于张量分解的卫星遥感图像增强算法[J]. 科技与创新, 2018(22): 43-44,47.  
MA Y, WANG Q, CAI CH H. Satellite remote sensing image enhancement algorithm based on tensor decomposition[J]. *Science and Technology & Innovation*, 2018(22): 43-44,47. (in Chinese)
- [13] HAO R R, SU ZH X. A patch-based low-rank tensor approximation model for multiframe image denoising[J]. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 2018, 329: 125-133.
- [14] BENGUA J A, PHIEN H N, TUAN H D, *et al.*. Efficient tensor completion for color image and video recovery: low-rank tensor train[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2017, 26(5): 2466-2479.
- [15] VANI R, RAJAN K S. Effective satellite image enhancement based on the discrete wavelet transform[J]. *International Journal of Business Information Systems*, 2020, 33(4): 446-471.
- [16] 栾孟杰. 一种多分辨多尺度的红外图像增强算法[J]. 激光杂志, 2019, 40(8): 81-84.  
LUAN M J. A multiresolution and multiscale infrared image enhancement algorithm[J]. *Laser Journal*, 2019, 40(8): 81-84. (in Chinese).
- [17] AAMIR M, RAHMAN Z, PU Y F, *et al.*. Satellite image enhancement using wavelet-domain based on singular value decomposition[J]. *International Journal of Advanced Computer Science and Applications*, 2019, 10(6): 514-519.
- [18] 王浩, 张叶, 沈宏海, 等. 图像增强算法综述[J]. 中国光学, 2017, 10(4): 438-448.  
WANG H, ZHANG Y, SHEN H H, *et al.*. Review of image enhancement algorithms[J]. *Chinese Optics*, 2017, 10(4): 438-448. (in Chinese).
- [19] 李亮亮. 基于非下采样剪切波变换的图像增强算法研究[D]. 长春: 吉林大学, 2019.  
LI L L. *The research of image enhancement algorithm based on nonsubsampling shearlet transform*[D]. Changchun: Jilin University, 2019. (in Chinese).
- [20] 赵万金, 周春雷. 基于 Contourlet 变换的图像增强技术识别裂缝[J]. 岩性油气藏, 2017, 29(3): 103-109.  
ZHAO W J, ZHOU CH L. Application of image enhancement technique to fracture identification based on Contourlet transform[J]. *Lithologic Reservoirs*, 2017, 29(3): 103-109. (in Chinese).
- [21] 李进, 金龙旭, 李国宁. 离散小波变换域非负张量分解的高光谱遥感图像压缩[J]. 电子与信息学报, 2013, 35(2): 489-493.  
LI J, JIN L X, LI G N. Hyper-spectral remote sensing image compression based on nonnegative tensor factorizations in discrete wavelet domain[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2013, 35(2): 489-493. (in Chinese).

#### 作者简介:



吴庆玲(1984—), 女, 山东曹县人, 硕士, 副教授, 2009年于吉林大学获得硕士学位, 主要研究方向为超精密车削、光学抛光以及机械系统设计。E-mail: [wuqlsmile@163.com](mailto:wuqlsmile@163.com)



卢明明(1985—), 男, 河南信阳人, 博士, 教授, 博士生导师, 2014年于吉林大学获得博士学位, 主要研究方向为振动辅助车削、超精密车削、磁流变抛光以及智能装备设计。E-mail: [lumm@ccut.edu.cn](mailto:lumm@ccut.edu.cn)